THÉORIE MATHÉMATIQUE

DES

COURANTS ÉLECTRIQUES

PARIS. — TYP. HENNUYER, RUE DU BOULEVARD DES BATIGNOLLES, 7.

THÉORIE MATHÉMATIQUE

DES

COURANTS ÉLECTRIQUES

PAR G.-S. OHM.

TRADUCTION, PRÉFACE ET NOTES

DE

J.-M. GAUGAIN.

PARIS
L. HACHETTE ET C^e^, LIBRAIRES-ÉDITEURS,
14, RUE PIERRE-SARRAZIN.
MALLET-BACHELIER,
IMPRIMEUR-LIBRAIRE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE ET DU BUREAU DES LONGITUDES,
55, QUAI DES AUGUSTINS.
1860

PRÉFACE DU TRADUCTEUR.

C'est en 1827 qu'Ohm a publié sa théorie mathématique du circuit galvanique; mais cet important ouvrage n'avait pas été jusqu'ici traduit en français, et l'on peut dire qu'il est encore aujourd'hui fort peu connu des physiciens de notre pays. Tout le monde sait qu'Ohm a découvert les lois qui portent son nom, celles qu'on a coutume d'appeler *loi de la longueur, loi de la section, loi des courants dérivés;* mais on sait moins généralement qu'il est parvenu par des raisonnements très-simples à rattacher ces lois à un principe unique, puis à déduire de ce principe une théorie complète qui embrasse toutes les questions relatives à la propagation de l'électricité.

Certes, les lois que je viens de rappeler ont une haute importance, même quand on ne les considérerait que comme des lois empiriques, mais la théorie à laquelle elles ont servi de base me paraît plus importante encore. Les sciences, envisagées au point de vue philosophique, ont en définitive pour objet principal de rechercher la cause des phénomènes naturels, c'est-à-dire de découvrir les relations qui existent entre ces phénomènes, de manière à les faire dépendre du plus petit nombre possible de faits primordiaux. Toutes les fois, donc, que l'on parvient à restreindre le nombre des principes qu'une science est obligée d'admettre, on lui fait faire un progrès notable, et quand Ohm n'eût pas trouvé lui-même les lois empiriques qui l'ont conduit à sa théorie, il eût encore rendu un immense service à la science de l'électricité en découvrant le lien qui rattache ces lois l'une à l'autre.

Pour bien faire apprécier toute la portée de sa théorie, je vais en quelques mots énumérer les diverses classes de questions qu'elle embrasse; mais auparavant je veux encore appeler l'attention sur un rapprochement qui me paraît augmenter de beaucoup l'intérêt qui s'attache à la découverte d'Ohm. Je viens de dire qu'il est parvenu à résumer dans un principe unique les lois que l'expérience lui avait permis de constater; eh bien, ce principe est précisément le même qui sert de base à la *Théorie de la chaleur* de Fourier. Cette analogie me paraît extrêmement remarquable; c'est peut-être l'une des plus puissantes raisons qui peuvent porter à croire que l'électricité et la chaleur sont deux manifestations diverses d'un même agent.

Le rapprochement que je viens d'indiquer permet d'apprécier toute l'étendue des questions qui se rattachent à la propagation de l'électricité. De même, en effet, que dans la théorie de la chaleur on a deux états différents à considérer : l'état permanent et l'état variable des températures, on doit aussi dans la théorie de l'électricité envisager deux états différents : l'état permanent et l'état variable des tensions; de même que dans la théorie de la chaleur on peut se proposer de déterminer ou la distribution des températures ou le flux de chaleur, dans la théorie de l'électricité on peut rechercher ou la distribution des tensions, ou l'intensité du courant, qui n'est autre chose que le flux d'électricité. Enfin, dans le cas de l'électricité, comme dans le cas de la chaleur, on peut admettre que la propagation s'opère dans les trois dimensions de l'espace, ou supposer qu'elle s'effectue dans le sens d'une seule dimension. D'après ces considérations, on voit que toutes les questions relatives à la propagation de l'électricité pourraient être distribuées en huit classes, de la manière suivante :

Etat permanent des tensions.

Phénomènes de courant.	Circuit linéaire, 1re classe.
	Circuit ayant trois dimensions, 2e classe.
Phénomènes de tension.	Circuit linéaire, 3e classe.
	Circuit ayant trois dimensions, 4e classe.

Etat variable des tensions.

Phénomènes de courant.	Circuit linéaire, 5e classe.
	Circuit ayant trois dimensions, 6e classe.
Phénomènes de tension.	Circuit linéaire, 7e classe.
	Circuit ayant trois dimensions, 8e classe.

La théorie d'Ohm embrasse toutes ces questions, et si les résultats qu'elle fournit avaient tous été confirmés par l'observation directe, on pourrait dire que la probabilité de l'hypothèse fondamentale équivaut à une certitude; malheureusement il s'en faut de beaucoup, même aujourd'hui, que toutes les conséquences déduites de cette hypothèse aient été vérifiées par l'expérience.

Les questions qui forment la première classe du tableau ci-dessus, celles qui se rapportent aux phénomènes de courant, dans l'état permanent des tensions et dans le cas d'un circuit linéaire, ont plus particulièrement fixé l'attention des physiciens, parce qu'elles sont plus faciles à aborder et que, d'ailleurs, leur solution avait un plus grand intérêt au point de vue pratique. Les lois relatives à cette classe de questions ont été vérifiées par une multitude d'expériences dont les plus importantes sont dues à Ohm lui-même, à Fechner et à M. Pouillet. On a beaucoup discuté sur la part qui revient à chacun de ces physiciens dans la découverte des lois dont il s'agit; mais il me semble qu'il n'y aura plus de débat possible quand les titres d'Ohm seront mieux connus; car il est évident à mes yeux que l'on n'a pas rendu justice à ce savant lorsqu'on a présenté sa théorie comme une conception mathématique basée *sur une pure hypothèse*. Toutes les personnes qui prendront connaissance du mémoire dont j'offre la traduction au public, verront que l'auteur a commencé par établir d'une façon tout empirique les lois de l'état permanent, et qu'il n'a songé que plus tard à relier ces lois par une théorie mathématique. Les expériences qui ont servi de point de départ à son travail ont été publiées dès l'année 1826 dans le Journal de Schweigger. A la vérité, ces expériences ont été exécutées pour la plupart sur des piles thermo-électriques (à l'époque où Ohm faisait ses recherches, les piles thermo-électriques étaient les seules piles à courant constant que l'on connût); mais les résultats qu'il a obtenus n'en sont pas moins propres à démontrer les lois de l'état permanent, puisque ces lois sont communes à tous les courants.

Fechner, dont le travail a été publié en 1831, a fait usage de piles hydro-électriques et a retrouvé les lois déjà établies par Ohm. Mais il a opéré dans des conditions défavorables; il s'est exclusivement servi de piles à courants variables; l'on n'en connaissait pas d'autres encore à l'époque où il a exécuté ses expériences.

Enfin est venu M. Pouillet, qui a opéré tour à tour sur des piles thermo-électriques et hydro-électriques. Ses expériences sont plus parfaites que celles de ses devanciers, surtout en ce qui concerne les courants hydro-électriques; M. Pouillet a employé la pile à courant constant que Daniell venait de découvrir à l'époque où il entreprenait ses recherches, et en outre il a imaginé pour la mesure des intensités des instruments nouveaux qui rendent les observations plus faciles et plus précises. Son travail est d'une importance incontestable, mais il me paraît incontestable aussi que la priorité appartient à Ohm, même pour la découverte *expérimentale* des lois de l'état permanent.

Je sais que M. Pouillet a déclaré qu'il n'avait nulle connaissance des recherches antérieures aux siennes; et l'on ne peut pas douter par conséquent qu'il n'ait eu en réalité le mérite de découvrir une seconde fois les lois déjà trouvées par Ohm; mais il me paraît difficile de ne pas reconnaître aussi que les résultats auxquels il est arrivé se trouvent déjà *très-nettement* établis dans le mémoire d'Ohm. M. Pouillet ne croit pas qu'il en soit ainsi; et dans une note insérée aux *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, t. XX, p. 210, 1845, il a cru pouvoir caractériser dans les termes suivants le travail d'Ohm et le sien : *C'est lui* (Ohm) *qui a été le premier à poser la question et, sans savoir qu'il l'eût posée, j'ai été le premier à la résoudre..... il avait montré le but d'une manière vague par le calcul, je l'ai vu, de mon côté, d'une manière nette et je l'ai touché par l'expérience.* Cette appréciation ne me paraît pas impartiale. Je trouve, pour mon compte, qu'Ohm n'a pas seulement posé la question, mais qu'il l'a résolue d'une façon qui n'a rien de vague; peut-être à mon insu me laissé-je entraîner par la prédilection que tout traducteur accorde aux ouvrages dont il s'est fait l'interprète, mais à mon avis la théorie des piles composées et celle des courants dérivés sont présentées aussi simplement et aussi nettement dans le mémoire d'Ohm que dans les ouvrages de M. Pouillet lui-même; les lecteurs en jugeront.

Dans ces derniers temps, les résultats obtenus par Ohm, Fechner et M. Pouillet ont encore été vérifiés par plusieurs physiciens, notamment par M. Despretz. On peut donc dire qu'il n'existe aucun doute sur l'accord de la théorie et de l'expérience quand on n'envisage que les questions qui composent la première classe de mon tableau; malheureusement l'étude des phénomènes qui appartiennent aux classes suivantes n'est pas tout à fait aussi avancée.

Ceux de la deuxième classe ont été déjà l'objet d'un grand nombre de recherches importantes. M. Kirkhoff surtout s'en est particulièrement occupé. Je ne connais ses travaux que par les extraits qui ont été publiés dans les *Annales de chimie et de physique;* mais, d'après ces extraits, M. Kirkhoff a constaté de plusieurs manières que la propagation du mouvement électrique dans une plaque de métal très-mince s'effectue conformément aux formules qu'il a lui-même établies en partant de l'hypothèse d'Ohm (*Annales de chimie et de physique*, 3e série, janvier 1854). Plus récemment, M. Kirkhoff a traité d'une manière tout à fait générale le problème de la propagation de l'électricité dans un circuit possédant trois dimensions (*Annales de chimie et de physique*, 3e série, octobre 1859); mais je ne crois pas que les résultats de ce nouveau travail mathématique aient été jusqu'à présent l'objet d'aucune vérification expérimentale.

On s'est beaucoup occupé des questions qui composent la cinquième classe du tableau, de celles qui se rapportent à la *propagation linéaire du courant dans l'état variable des tensions* (lorsque l'on adopte les vues d'Ohm, c'est ainsi qu'il faut appeler ce que l'on a nommé jusqu'à présent la *détermination de la vitesse de l'électricité*). Des physiciens très-habiles se sont occupés de ce problème, mais soit qu'ils ne connussent pas la théorie d'Ohm, soit qu'ils ne crussent pas devoir la prendre en considération, ils se sont placés presque toujours à des points de vue tels, que les résultats qu'ils ont obtenus ne peuvent pas servir de contrôle à la théorie; j'ajouterai que ces résultats sont pour la plupart extrêmement discordants. Je les discute dans la note B placée à la suite du mémoire d'Ohm.

Les phénomènes de tension n'avaient été jusqu'ici que fort peu étudiés; les recherches que j'ai récemment exécutées, et dont on pourra trouver l'indication sommaire dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences* (8 et 29 novembre 1858, 11 avril, 23 mai et 26 décembre 1859, 20 février 1860), sont, je crois, les plus étendues qui aient été faites sur ce sujet. Comme elles fournissent une confirmation remarquable des vues d'Ohm, j'avais eu d'abord la pensée de les exposer d'une manière complète dans une des notes jointes au présent ouvrage; mais en considérant l'étendue qu'il faudrait donner à cette note, j'ai jugé qu'il était préférable de publier séparément mon travail. Je me bornerai donc à dire ici que tous les résultats que j'ai obtenus, soit dans l'état permanent, soit dans l'état variable des tensions, sont à une seule exception près d'accord avec la théorie; à la vérité mes observations sont en opposition sur un point avec l'une des hypothèses qu'Ohm a admises; mais cette hypothèse n'est pas essentiellement liée au reste de la théorie et peut être écartée sans que les formules établies subissent de modifications notables; il suffit (comme je l'expliquerai dans la note A) de changer la signification d'un coefficient, pour que ces formules représentent exactement tous les résultats que j'ai obtenus. Je crois donc en définitive que mes expériences offrent une vérification importante de la théorie. Jusqu'à présent les physiciens n'avaient accordé d'attention qu'aux lois qui régissent les phénomènes de courant dans l'état permanent; les formules qui se rapportent à la distribution des tensions, soit dans l'état permanent, soit dans l'état variable, étaient restées inaperçues ou n'avaient été considérées que comme des conceptions mathématiques; l'on peut dire aujourd'hui qu'elles correspondent à une classe de phénomènes naturels.

Il est vrai que je me suis borné à opérer sur des conducteurs médiocres, tels que des fils de coton et des colonnes d'huile, et il n'est pas absolument certain que les lois auxquelles je suis arrivé puissent être appliquées sans modification aux métaux dont la conductibilité est incomparablement plus grande. Il paraît démontré que les lois relatives à l'état permanent sont communes aux bons et aux mauvais conducteurs; mais il pourrait arriver que les lois qui se rapportent à l'état variable fussent plus compliquées dans le cas des circuits métalliques que dans le cas des circuits doués d'une très-faible conductibilité, parce qu'il se produit dans le premier cas des phénomènes d'induction qui ne se produisent pas dans le second; mais quand il en serait ainsi, on pourrait toujours dire que la théorie d'Ohm représente exactement tous les phénomènes naturels dans le cas où ces phénomènes présentent la plus grande simplicité possible, c'est-à-dire quand l'action perturbatrice de l'induction peut être négligée, et cela suffirait pour que cette théorie conservât encore une très-grande importance.

En résumé, il reste beaucoup d'expériences à exécuter pour vérifier la théorie d'Ohm dans toutes ses conséquences; mais jusqu'ici l'on n'a pas trouvé un seul fait qui fût sérieusement en désaccord avec elle. Il me semble que, dans un tel état de choses, ce qu'il y a de mieux à faire c'est de la prendre provisoirement pour guide, jusqu'à ce que l'on en ait reconnu l'insuffisance ou l'inexactitude. Elle a déjà résisté à des épreuves si nombreuses qu'elle ne saurait s'éloigner beaucoup de la vérité.

Le travail dont j'offre la traduction au public se compose de trois parties; le mémoire principal est précédé d'une longue introduction et suivi d'un appendice.

Dans le mémoire principal, l'auteur expose d'abord les principes de la théorie; puis il établit l'équation différentielle fondamentale, et au moyen de cette équation il détermine d'une manière complète la distribution des tensions et l'intensité du courant, en supposant que l'état permanent des tensions soit établi, que la propagation s'effectue dans un seul sens, et que l'air n'exerce aucune influence sur le circuit; il indique enfin, mais d'une manière très-succincte, ce qu'il y aurait à faire dans les cas plus complexes, où l'influence de l'air ne pourrait être négligée, et où l'on voudrait considérer l'état variable des tensions.

Les paragraphes consacrés à ces dernières questions renferment des calculs assez compliqués, mais tout le reste du mémoire peut être aisément compris par quiconque possède les premiers éléments du calcul différentiel.

L'introduction contient un résumé complet du mémoire; l'on y trouve en outre une démonstration synthétique des lois relatives à l'état permanent des tensions; ces lois sont présentées dans le mémoire principal d'une manière très-simple, mais sous la forme analytique; la démonstration placée dans l'introduction n'est pas moins rigoureuse que celle du mémoire, et elle offre cet avantage qu'elle ne suppose pas d'autres connaissances que quelques notions de géométrie élémentaire.

Dans l'appendice enfin, Ohm s'est occupé des actions chimiques qui se produisent sous l'influence du courant et des variations d'intensité qui résultent de ces actions; à l'époque où l'ouvrage a été écrit, l'on ne possédait sur ces sujets que des données très-insuffisantes, et, pour soumettre la question au calcul, il a fallu admettre un assez grand nombre de principes purement hypothétiques; en conséquence l'appendice ne doit être regardé que comme une indication de la marche que l'on pourra suivre, quand l'observation aura fourni tous les éléments nécessaires pour établir une théorie sérieuse; cette appréciation est celle de l'auteur lui-même; car, après avoir établi les équations qui doivent résoudre les questions proposées, il s'abstient d'en tirer les conséquences. *Ce serait peine perdue*, dit-il; *dans l'état actuel de nos* *connaissances, on ne pourrait que s'égarer dans un rêve philosophique, en entassant les uns sur les autres des matériaux problématiques.*

Je me suis attaché à reproduire dans ma traduction les pensées et même, quand j'ai pu le faire sans nuire à la clarté, les tournures de phrase du mémoire original; mais pourtant j'ai cru devoir changer quelques-unes des dénominations dont l'auteur s'est servi pour désigner les diverses quantités qui font l'objet de sa théorie.

J'ai appelé *tension* ce qu'il nomme le plus souvent *force électroscopique*, et quelquefois aussi *manifestation électroscopique, pouvoir, énergie, état électrique.*

J'ai désigné par le nom de *force électromotrice* ce qu'il appelle *tension électrique* ou *différence des corps;*

Par les mots *intensité du courant* ce qu'il appelle *grandeur* ou *quantité du courant;*

Enfin par les mots *flux d'électricité*, ce qu'il nomme tantôt *échange*, tantôt *variation électrique;* et quelquefois encore *égalisation de la force électroscopique.*

Les dénominations que j'ai adoptées sont pour la plupart consacrées aujourd'hui par l'usage général, et je pense qu'il serait superflu de chercher à justifier la préférence que je leur ai accordée; mais je crois devoir présenter quelques observations relativement au nom de *force électromotrice*, qui n'a pas été généralement admis. Ce mot peut recevoir deux et même trois définitions différentes, et il n'est pas complétement inutile de faire voir que ces définitions rentrent les unes dans les autres.

Dans le sens étymologique du mot, la *force électromotrice* est une force qui produit de l'électricité; on peut discuter sur la nature de cette force, sur les causes qui la produisent, peut-être même sur le lieu précis où elle se développe; mais son existence ne peut être contestée. Si nous ne savons pas exactement en quoi consiste le phénomène auquel on a donné le nom de *courant*, il est du moins impossible de douter que ce ne soit un phénomène du mouvement, et puisque tout mouvement est l'effet d'une force, il est parfaitement certain que, dans tout circuit parcouru par un courant, il y a une force mise en jeu; c'est cette force que l'on a désignée par le nom très-convenable de *force électromotrice;* on peut donc dire d'abord que la *force électromotrice* est la *force* (*inconnue*) *qui produit le phénomène de mouvement appelé courant.*

Maintenant, si nous supposons que la longueur réduite du circuit soit invariable, il paraît naturel d'admettre que la force électromotrice sera proportionnelle à l'intensité du courant développé. On peut donc dire que la force électromotrice a pour mesure *l'intensité du courant qui se produirait dans un circuit dont la résistance serait égale à l'unité.* Cette intensité peut donc être appelée *coefficient de force électromotrice* ou simplement *force électromotrice.* M. Pouillet donne à cette même quantité le nom de *tension,* mais cette dénomination ne me paraît pas devoir être acceptée, parce que le mot de *tension* a déjà reçu une autre signification dans le langage de la science.

Dans le mémoire d'Ohm, le mot allemand *spannung,* que je traduis par *force électromotrice,* veut dire proprement *tension*, et d'après la définition de l'auteur, c'est la *différence des forces électroscopiques que possèdent de l'un et de l'autre côté du point de contact deux corps différents qui se touchent.* Mais il résulte de la théorie et de l'observation que cette différence des forces électroscopiques est proportionnelle à l'intensité du courant qui en serait la conséquence si la longueur réduite du circuit était égale à l'unité. Le même coefficient peut donc représenter à la fois ces deux quantités (la différence des tensions qui se manifestent à droite et à gauche du point de contact et l'intensité du courant développé dans le circuit dont la longueur réduite est égale à l'unité); et puisque ces quantités servent de mesure à la force qui produit le courant, on peut très-convenablement assigner au coefficient qui les représente le nom de *force électromotrice;* il me paraîtrait désirable que ce nom fût généralement adopté.

Ohm emploie, pour obtenir l'équation différentielle fondamentale du paragraphe 11, une méthode analytique qui lui appartient et qu'il croit préférable à celle que Laplace et Fourier ont employée dans des cas analogues. Je ne suis pas compétent pour émettre une opinion sur une question de mathématiques, et d'ailleurs la méthode d'Ohm n'est pas exposée en termes assez clairs pour qu'on puisse la soumettre à une discussion bien rigoureuse; mais comme elle ne me paraît pas être à l'abri de toute objection, je crois utile de faire remarquer qu'en définitive il est peu important que cette méthode soit exacte ou non; l'idée qui constitue la principale découverte d'Ohm, c'est que les lois qui régissent la propagation de la chaleur sont communes à l'électricité. Or, ce principe admis, il est clair que, pour arriver à l'équation différentielle fondamentale, il n'est pas nécessaire de rien changer à la marche suivie par Fourier. Il suffit de remplacer, dans la démonstration qu'il a donnée, le mot de *température* par celui de *tension*, les mots *flux de chaleur* par ceux de *flux d'électricité* ; l'équation différentielle est exactement la même dans le cas de la chaleur et dans le cas de l'électricité. Comme l'ouvrage de Fourier est peu répandu, j'ai cru faire plaisir au lecteur en reproduisant dans la note A les raisonnements que ce savant a employés pour établir l'équation différentielle fondamentale ; on verra qu'ils peuvent s'appliquer à l'électricité sans aucune modification.

Jean-Mothée GAUGAIN.

PRÉFACE DE L'AUTEUR.

J'offre ici au public une théorie de l'électricité galvanique. Ce n'est qu'une partie spéciale de la science de l'électricité, mais plus tard, suivant que le temps et le penchant de mon esprit et mes moyens me le permettront, je me propose de faire successivement paraître d'autres fragments semblables de manière à composer un tout, en supposant, toutefois, que je trouve dans la publication de ce premier essai une sorte de compensation aux sacrifices qu'il m'a coûtés[1]. Les circonstances dans lesquelles j'ai vécu jusqu'ici n'ont pas été de nature à encourager mon ardeur pour les découvertes ; l'indifférence du public menace de l'éteindre, et je n'ai pu même acquérir une connaissance complète des ouvrages qui contiennent des travaux analogues aux miens. Aussi ai-je choisi pour mon début un terrain où la concurrence était moins à craindre. Puisse le bienveillant lecteur accueillir mon ouvrage avec cet amour du sujet qui l'a inspiré !

L'AUTEUR.

Berlin, le 1er mai 1827.

[1] On verra dans la notice qui suit quel cruel désappointement empêcha l'auteur de poursuivre ses recherches.

NOTICE

SUR LA VIE ET LES TRAVAUX D'OHM[1].

Georges-Simon Ohm naquit à Erlangen, le 16 mars 1787; sa famille habitait cette ville depuis un siècle, et tous ses parents avaient exercé, de père en fils, le métier de serrurier. Georges-Simon lui-même, ainsi que son jeune frère Martin, étaient destinés à suivre la même profession; mais leur père, Wolfgang Ohm, était un homme qui avait le goût de l'étude; il était parvenu à acquérir seul des connaissances assez étendues, et il avait reconnu que ces connaissances pouvaient être utilement appliquées dans l'exercice de son état. Il voulut en conséquence que ses enfants reçussent un certain degré d'instruction : au sortir de l'école primaire, il leur fit suivre les cours du collége, et, en même temps qu'il les exerçait à la pratique du métier, il s'occupa de leur transmettre les notions d'algèbre, de géométrie et de physique qu'il possédait. Les jeunes gens, qui avaient les plus heureuses dispositions, ne tardèrent pas à faire de rapides progrès, et bientôt une circonstance accidentelle vint changer leur carrière. Le savant mathématicien Langsdorff, ayant eu par hasard

[1] Cette notice est extraite de l'éloge lu par le docteur Lamont, le 28 mars 1855, devant l'Académie des sciences de Munich.

connaissance de l'aptitude extraordinaire que montraient les deux apprentis serruriers, déclara qu'on verrait renaître en eux les frères Bernouilli, et leur délivra, dans ce sens, une sorte de certificat qui décida le père à renoncer pour eux au métier qu'il voulait leur faire apprendre, et à les vouer à la carrière de l'enseignement.

Ce fut là pour la science une détermination heureuse à coup sûr; mais on peut supposer, pourtant, qu'au milieu des embarras et des déceptions qui remplirent une grande partie de sa carrière, Georges-Simon Ohm dut regretter plus d'une fois l'existence paisible qu'il eût pu mener dans le modeste atelier de son père. Admis, à l'âge de seize ans, dans l'université d'Erlangen, il quitta cet établissement au bout de trois semestres, pour être attaché à l'institution de Gottstadt, dans le canton de Berne; après être resté dans cette position pendant deux années et demie, il alla à Neufchâtel, où, pendant deux années et demie, il donna des leçons particulières de mathématiques; revenu à Erlangen en 1811, il fut admis à l'Académie comme professeur agrégé; mais il n'occupa cette position qu'en passant; envoyé peu de temps après à l'Ecole royale de Bamberg, il se retrouva bientôt sans emploi, par suite de la dissolution de cette école; ce ne fut qu'en 1817 qu'il parvint à obtenir une position fixe et convenable. Pendant les treize années qui s'écoulèrent de 1804 à 1817, il vécut dans un état voisin de la misère, comme on peut en juger par quelques mots de la préface mise en tête des Eléments de géométrie qu'il publia en 1817. Il parle, dans ce passage, *de la glace qui recouvre son poêle sans feu.*

Enfin, en 1817, il fut nommé professeur de mathématiques au grand collége des jésuites de Cologne. Là, pour la première fois, il trouva des loisirs qui lui permirent de se livrer à l'étude d'une manière suivie, et il se vit en possession de nombreux instruments de physique, au moyen desquels il put soumettre ses idées au contrôle de l'expérience. Grâce à l'adresse manuelle qu'il avait acquise dans les travaux de sa première jeunesse, il devint bientôt habile à manier et à transformer ces appareils; il put ainsi suivre dans tous ses développements le système dont il avait conçu l'idée, et parvint à découvrir les relations jusqu'alors inconnues qui lient les uns aux autres les phénomènes galvaniques. En 1826 il obtint un congé qui lui permit de venir à Berlin s'occuper de la publication de son travail, et enfin, en 1827, il fit paraître l'ouvrage qui a pour titre : *Théorie mathématique du circuit galvanique.*

Ce travail, qui lui a valu depuis une réputation méritée, ne fut pour lui d'abord qu'une nouvelle source de disgrâces; les savants qui étaient à la tête de l'enseignement n'y accordèrent aucune attention, et l'auteur ayant eu l'occasion de se présenter au ministère quelque temps après la publication de son ouvrage, on lui fit un accueil tellement dédaigneux, que le malheureux, blessé au vif, crut devoir déclarer, sous la première impression de son désappointement, qu'il lui était impossible, après une telle réception, de conserver la place qu'il occupait à Cologne. Il se trouva ainsi rejeté dans la vie privée, et pendant les sept années qui suivirent, il mena l'existence la plus précaire et se trouva privé de tous les moyens nécessaires pour poursuivre ses recherches.

En 1833 le gouvernement bavarois le tira de cette triste position en le nommant professeur à l'Ecole polytechnique de Nuremberg; mais ce ne fut que bien plus tard encore que l'on commença à apprécier généralement ses travaux à leur juste valeur. C'est à la Société royale de Londres qu'appartient l'honneur d'en avoir révélé l'importance au monde savant. En 1841 cette Société décida que la médaille fondée par Copley serait décernée à Ohm, et motiva cette décision par des considérations qui relevaient encore le prix de la récompense accordée[1]. A partir de ce

[1] Cette décision a été insérée dans les *Proceedings of the royal Society*, t. IV, p. 336; les termes dans lesquels elle est conçue font voir qu'aux yeux de la Société royale la découverte des lois de l'intensité des courants appartient incontestablement à Ohm. — Je vais citer quelques passages : « Le Conseil a décerné la médaille de Copley, pour la présente année, au docteur G.-S. Ohm, de Nuremberg, pour ses recherches relatives aux lois des courants électriques. Ces recherches sont contenues dans divers mémoires qui ont été insérés dans le *Journal de Schweiger* et les *Annales de Poggendorff*, et dans un ouvrage séparé qui a été publié à Berlin dans l'année 1827, sous le titre : *Die galvanische Kette mathematisch bearbeitet.* Dans ces ouvrages, le docteur Ohm a établi, *pour la première fois*, les lois du circuit électrique, sujet d'une importance immense et jusqu'alors enveloppé de la plus grande obscurité. Il a fait voir que les distinctions vagues établies entre la tension et la quantité n'ont pas de fondement, et que toutes les explications tirées de ces considérations sont absolument erronées. Il a démontré tout à la fois, *par la théorie et l'expérience*, que l'action d'un circuit est égale à la somme des forces électromotrices, divisée par la somme des résistances, et que l'effet reste toujours le même quand ce quotient reste le même, quelle que soit la nature du courant, qu'il soit voltaïque ou thermo-électrique. Il a aussi donné les moyens de *mesurer avec précision les résistances séparées et les forces électromotrices du circuit.* Ces recherches ont jeté une grande lumière sur la théorie des courants électriques, et, bien que les travaux d'Ohm soient restés dans l'oubli pendant plus de dix ans (Fechner étant le seul physicien qui, dans cet espace de temps, ait admis et confirmé ses vues), dans ces cinq dernières années Gauss, Lenz, Jacobi, Poggendorff, Henry et beaucoup d'autres savants éminents ont reconnu l'importance considérable de ses recherches, et en ont tiré un très-grand parti pour la conduite de leurs propres travaux... Les savants de ce pays qui ont le plus d'expérience dans les recherches relatives à l'action voltaïque rendent témoignage des services que leur a rendus la théorie d'Ohm, et constatent la concordance parfaite qui existe toujours entre cette théorie et les phénomènes observés. »

Pour apprécier la valeur de cette décision, il faut se rappeler que la Société royale comptait dans son sein les hommes les plus compétents en matière d'électricité, et Faraday entre autres.

moment, les lois d'Ohm prirent place dans tous les traités de physique, et l'on s'accorda partout à considérer l'auteur comme l'un des premiers physiciens de l'Allemagne.

Vers cette époque il fut chargé de la direction de l'Ecole polytechnique, et comme il conserva en même temps la chaire de physique, il fut obligé d'appliquer toute l'activité de son esprit aux travaux de l'enseignement et de l'administration. Cependant il ne renonça point à poursuivre les recherches que sa disgrâce de 1827 avait si brusquement interrompues; il en étendit même beaucoup le cadre; car il conçut le projet d'établir une théorie qui embrassât à la fois les phénomènes de la chaleur, de la lumière, de l'électricité et du magnétisme, et il consacra à ce travail tout le reste de sa vie; malheureusement les fonctions dont il était chargé lui laissaient peu de loisirs, et peut-être, il faut le dire, il avait entrepris une tâche que, dans l'état actuel de la science, il était impossible de remplir d'une manière satisfaisante. Quoi qu'il en soit, il ne vécut pas assez pour faire paraître l'ouvrage qu'il avait l'intention de publier sous le titre de *Documents pour la physique moléculaire*; la première partie de cet ouvrage a seule paru [1], et c'est une espèce d'introduction qui ne contient que l'exposition des méthodes analytiques dont l'auteur se proposait de faire usage.

En 1849, Ohm quitta l'Ecole polytechnique de Nuremberg et fut appelé à Munich, en qualité de conservateur des collections de physique; ce déplacement l'obligea pour quelque temps à interrompre les recherches auxquelles il s'était voué; mais peut-être ne doit-on pas le

[1] Cette première partie, imprimée à Nuremberg en 1849, porte pour titre général: *Beiträge zur Molecularphysik*, I band, et pour titre spécial: *Elemente der analytischen Geometrie im Raume am Schiefwinkligen Coordinatensysteme* (Nürnberg, bei Schrag).

regretter, car il fut ainsi conduit à publier un travail très-remarquable sur les *phénomènes d'interférence dans les cristaux à un seul axe* [1].

Enfin, en 1852, un changement étant survenu dans la direction des études supérieures, Ohm fut chargé de la chaire de physique expérimentale à l'université de Munich; il crut nécessaire de composer un traité de physique[2] pour le besoin de son enseignement, et ce travail, qu'il dut exécuter dans un temps limité, le fatigua à tel point que, dès le commencement de 1854, sa santé donnait à ses amis les plus vives inquiétudes; il mourut subitement, le 7 juillet de la même année, d'une attaque d'apoplexie.

Le docteur Lamont, à qui j'ai emprunté tous les détails qui précèdent, donne, en terminant sa notice, quelques détails pleins d'intérêt sur le caractère de Georges-Simon Ohm. « Il avait reçu de la nature, dit le docteur Lamont, une grande bonté et une rare modestie, et ces qualités précieuses formèrent la base de toutes ses relations avec le monde. Toutes les fois qu'il s'agit de son intérêt personnel, il céda devant les obstacles sans engager de lutte et sans conserver de ressentiment. La disgrâce qui, dans la première partie de sa carrière, vint le priver d'une position avantageuse et le rejeter dans la vie privée, ne lui inspira point d'aversion pour les hommes; et lorsque, plus tard, une réputation méritée lui assigna dans la science une position éminente, la simplicité de ses ma-

[1] Ce travail est inséré dans les Mémoires de l'Académie des sciences de Bavière (*Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Klasse der königlich bayerischen Academie der Wissenschaften*, VII band, in zwei Abtheilungen, S. 13 und 267).

[2] Ce cours de physique a été imprimé en 1854, sous le titre : *Grundzüge der Physik als Compendium zu seinen Vorlesungen*, von doctor G.-S. Ohm (Nürnberg, bei Schrag).

nières et la modestie de ses prétentions restèrent toujours les mêmes.

« Il montra constamment la plus parfaite équité dans l'appréciation du mérite des autres; jamais il ne lui arriva de dénigrer un travail parce qu'il ne comptait pas l'auteur au nombre de ses amis, et jamais non plus il ne chercha à exalter outre mesure le mérite des savants avec lesquels il était lié. Sa justice et son impartialité se manifestèrent d'une manière éclatante toutes les fois qu'il eut occasion d'exprimer un avis ou de faire un rapport au sein de l'Académie.

« Au fond Ohm occupa toujours, dans la science comme dans la vie, une position isolée, et cette circonstance, que l'on pourrait croire indifférente, paraîtra d'une grande importance à tous ceux qui ont étudié quelque peu l'histoire du monde savant et qui connaissent les divers moyens à l'aide desquels on peut arriver au succès; la profondeur des connaissances et leur utile emploi n'ont pas toujours été les seuls titres que l'on prît en considération; dans plus d'une circonstance l'audace, l'habile exploitation des faiblesses humaines, l'influence des coteries, ont conduit à la renommée, aux honneurs et à la fortune, des hommes qui n'avaient rendu que de médiocres services. Nous n'avons pas à rechercher ici si nous avons de nos jours écarté ces abus, ou s'ils n'ont fait que prendre un nouveau développement..... »

THÉORIE MATHÉMATIQUE

DU

CIRCUIT GALVANIQUE

INTRODUCTION.

Considérations générales. — Le but de ce mémoire est d'établir d'une manière rigoureuse la théorie des phénomènes électriques qui proviennent du contact mutuel de deux ou d'un plus grand nombre de corps (c'est-à-dire des phénomènes galvaniques), en prenant pour base un petit nombre de principes qui, pour la plupart, résultent de l'observation directe ; ce but sera atteint si les faits variés que l'expérience a fait connaître peuvent être présentés à l'esprit comme autant de conséquences d'un principe unique. Je me bornerai d'abord, pour simplifier les recherches, à examiner le cas où l'électricité développée se propage dans une seule dimension ; cette partie de mon travail, qui formera pour ainsi dire l'échafaudage d'une construction plus étendue, se rapporte précisément aux faits sur lesquels la philosophie naturelle peut nous fournir des notions plus précises, et, comme elle est plus aisément accessible, elle peut être présentée sous une forme plus rigoureuse. Pour servir d'introduction à la théorie analytique que je présenterai plus loin, je vais exposer d'abord d'une manière générale la méthode que j'ai suivie et les résultats obtenus ; bien que sous une forme moins serrée, cette première exposition peut être regardée elle-même comme une démonstration complète.

Trois lois servent de base à tout ce mémoire et contiennent les seuls principes qui ne soient pas démontrés par le raisonnement : la première fait connaître la distribution de l'électricité dans l'intérieur d'un seul et même corps ; la seconde se rapporte à la dispersion de l'électricité dans l'atmosphère ambiante ; la troisième exprime le mode de développement de l'électricité au point de contact de deux corps hétérogènes ; ces deux dernières lois sont purement expérimentales, mais la première est, en partie du moins, hypothétique.

Pour établir cette première loi, je suis parti de la supposition qu'une molécule électrisée ne peut communiquer d'électricité qu'aux molécules contiguës, de telle sorte qu'il n'y a jamais d'échange immédiat entre des molécules situées à une plus grande distance ; j'ai admis que la grandeur du flux entre deux molécules contiguës est proportionnelle, toutes choses égales d'ailleurs, à la différence des tensions que possèdent les deux molécules, de la même manière que dans la théorie de la chaleur on considère le flux de chaleur entre deux molécules comme proportionnel à la différence de leurs températures. On voit que je me suis écarté de la marche que Laplace a adoptée, et qui a généralement été suivie jusqu'à présent pour l'étude des actions moléculaires ; je crois que la voie que j'ai ouverte se recommande par sa généralité, sa simplicité et sa clarté, et je pense qu'elle pourra jeter de la lumière sur le véritable caractère des méthodes précédemment employées.

Quant à la dispersion de l'électricité dans l'atmosphère, j'ai adopté la loi que Coulomb a déduite de ses expériences ; d'après cette loi, la perte d'électricité que subit un corps enveloppé d'air est, dans un temps donné, proportionnelle à la tension et à un coefficient qui varie avec l'état atmosphérique ; il suffit toutefois de comparer les circonstances dans lesquelles Coulomb a exécuté ses expériences et celles dans lesquelles se propage l'électricité des courants, pour reconnaître que dans les phénomènes galvaniques l'influence de l'atmosphère peut presque toujours être négligée. Dans les expériences de Coulomb, par exemple, la totalité de l'électricité répartie sur la surface du corps contribue à la dispersion qui se produit dans l'atmosphère, tandis que, dans le cas d'un circuit galvanique, l'électricité circule en très-grande partie dans l'intérieur des corps, il n'y en a conséquemment qu'une très-petite partie qui soit soumise à l'action de l'air, de sorte que la dispersion est comparativement très-petite ; cette conséquence, déduite des circonstances dans lesquelles le phénomène se produit, est confirmée par l'expérience ; c'est pour cette raison qu'il arrive rarement que l'on ait besoin de prendre en considération la seconde des lois que j'ai citées.

La manière dont l'électricité se manifeste, au point de contact de deux corps différents, c'est-à-dire la *force électromotrice* de ces corps, se trouve définie par le principe suivant : quand deux corps différents se touchent, il s'établit au point de contact une différence constante entre leurs tensions.

Au moyen de ces trois principes fondamentaux, on peut établir les conditions auxquelles se trouve soumise la propagation de l'électricité dans des corps de nature et de forme quelconque ; les équations différentielles que l'on obtient sont de la même forme que celles qui ont été établies par Fourier et Poisson pour la propagation de la chaleur, et elles peuvent être traitées d'une manière analogue, de telle sorte que, quand il n'existerait pas d'autres raisons pour rapprocher ces deux classes de phénomènes naturels, nous serions encore en droit de conclure qu'il existe entre eux une liaison intime ; cette analogie deviendra de plus en plus manifeste à mesure que nous pénétrerons plus avant dans le sujet. Les recherches mathématiques du genre de celles dont je viens de parler sont extrêmement difficiles et, pour les faire généralement admettre, il convient de les présenter graduellement ; il est donc très-heureux que, parmi les questions qui se rapportent à la propagation de l'électricité, il y en ait une classe importante, pour laquelle les difficultés disparaissent presque entièrement ;

le but du présent mémoire est de soumettre au public les recherches qui se rapportent à ces questions plus simples ; je ne me suis conséquemment occupé des cas plus complexes qu'autant que cela m'a paru nécessaire pour faire voir comment ils se lient aux autres.

La nature et la forme habituelle des appareils galvaniques ne permettent à l'électricité de se propager que dans une seule dimension de l'espace ; d'un autre côté, il résulte de la rapidité de la propagation et de la constance de la source, que les phénomènes galvaniques, dans la plupart des cas, présentent des caractères qui ne varient pas avec le temps ; ces deux conditions, auxquelles les phénomènes galvaniques sont presque toujours soumis, c'est-à-dire la variation de l'état électrique dans une seule dimension et l'indépendance de cet état par rapport au temps, ramènent la recherche à un tel degré de simplicité, qu'aucune partie de la philosophie naturelle ne présente moins de difficultés et que les mathématiques se trouvent mises en possession définitive d'une branche de physique d'où elles avaient été jusqu'ici presque complétement exclues.

Les altérations chimiques qui se produisent si fréquemment, dans certaines portions, ordinairement liquides, des circuits galvaniques, enlèvent aux résultats leur simplicité naturelle et dissimulent en très-grande partie, par les complications qu'elles produisent, la nature propre du phénomène ; elles donnent naissance à des variations extraordinaires d'où résulte une foule d'exceptions apparentes à la règle, et même souvent des contradictions ; j'ai étudié séparément les circuits galvaniques qui n'éprouvent d'altération chimique dans aucune de leurs parties et ceux dans lesquels l'action chimique intervient ; j'ai consacré à ces derniers un appendice à part ; la division en deux parties distinctes de choses qui ne forment qu'un même ensemble, et la place moins importante que j'ai assignée à la dernière classe de circuits, s'expliquent suffisamment par la considération suivante : pour qu'une théorie soit utile et durable, il faut que toutes ses conséquences soient d'accord avec l'observation et l'expérience; or, en ce qui concerne la première classe de circuits ci-dessus mentionnés, cet accord est suffisamment établi, ce me semble, soit par les expériences antérieures d'autres observateurs, soit par celles que j'ai moi-même exécutées; ce sont ces expériences qui m'ont fait découvrir la théorie que je développe ici et qui m'ont ensuite déterminé à m'y consacrer entièrement. Il n'en est plus de même pour les circuits de la seconde classe; pour ceux-là l'on aurait besoin de procéder à des vérifications expérimentales plus précises que celles qui ont été exécutées; et je ne peux les entreprendre, parce que le temps et les moyens me font défaut à la fois; j'ai donc pris le parti de reléguer dans un coin cette classe de circuits; on pourra les en tirer plus tard, si l'on trouve que la chose en vaille la peine, et la question, mieux étudiée, pourra être amenée à maturité.

Démonstration géométrique des lois relatives à l'état permanent. — Au moyen de la première et de la troisième des lois fondamentales, nous pouvons nous faire une idée nette d'un courant galvanique, en raisonnant de la manière suivante : imaginons, par exemple, un anneau homogène et d'épaisseur partout uniforme, et supposons qu'une force électromotrice uniforme vienne à être développée dans toute l'étendue d'une section quelconque de l'anneau, c'est-à-dire qu'une inégalité déterminée s'établisse dans l'état électrique des surfaces qui se touchent suivant cette section; l'équilibre sera rompu, il se produira un mouvement destiné à le rétablir, et si l'électricité ne peut se propager que dans l'étendue de l'anneau, elle s'écoulera des deux côtés de la surface où la force électromotrice a été développée. Si cette force électromotrice était passagère, l'équilibre serait bientôt rétabli; mais quand la force électromotrice est permanente, on ne peut jamais obtenir d'équilibre véritable; alors l'électricité, en vertu de sa force d'expansion, qui ne rencontre pas de résistance sensible, arrive, dans un intervalle de temps, dont la durée échappe presque toujours à nos sens, à constituer un état qui se rapproche beaucoup de celui d'équilibre et qui consiste en cela que, par suite de la transmission constante de l'électricité, l'état électrique de toutes les parties du corps que le courant traverse est sensiblement invariable ; cette espèce d'équilibre, que l'on rencontre fréquemment dans la transmission de la lumière et de la chaleur, dépend de cette circonstance que, dans un instant donné, chaque molécule reçoit d'un côté tout juste autant d'électricité qu'elle en abandonne de l'autre, et que, par suite, elle en conserve constamment la même quantité ; maintenant, d'après le premier principe fondamental, le flux électrique ne peut s'établir qu'entre deux molécules contiguës et toutes choses égales d'ailleurs, il est proportionnel à la différence des tensions de ces molécules; il résulte de là que la force électromotrice étant uniforme dans toute l'épaisseur de la section où elle est mise en jeu, et l'anneau étant exactement constitué de la même manière dans toutes ses parties, la tension doit varier partout de la même manière; lorsqu'on part du point d'excitation, pour y revenir en parcourant tout l'anneau, l'on doit rencontrer partout un accroissement ou un décroissement uniforme, tandis qu'au point d'excitation même, il se produit un saut brusque qui constitue, comme nous l'avons dit, la force électromotrice; cette distribution de l'électricité, si simple, fournit la clef des phénomènes les plus variés.

Cas d'un anneau homogène de section uniforme. — L'observation qui précède fait connaître d'une manière complète le mode de distribution de l'électricité ; mais la valeur absolue des tensions correspondant aux diverses parties de l'anneau reste toujours indéterminée ; on comprendra mieux cette propriété en imaginant que l'anneau soit ouvert au point d'excitation, sans que sa nature soit altérée, qu'on le déploie en ligne droite, et qu'on représente la tension de chaque point par la longueur de la perpendiculaire élevée en ce point, les lignes dirigées en dessus de l'anneau représentant les tensions positives et les lignes dirigées en dessous les tensions négatives : d'après cette convention la ligne AB (*fig.* 1) représente l'anneau développé en ligne droite et les lignes AF et BG, perpendiculaires à AB, indiquent par leurs longueurs les tensions positives correspondant aux extrémités A et B ; maintenant si l'on tire une ligne droite FG de F à G et qu'on mène FH parallèle à AB, la position de FG indiquera le mode de distribution de l'électricité ; la quantité BG — AF ou GH mesurera la force électromotrice développée aux extrémités de l'anneau, et la tension de tout autre point C sera représentée par la longueur de CD menée en C perpendiculairement à AB ; mais la grandeur de la force électromotrice, ou la longueur de GH, c'est-

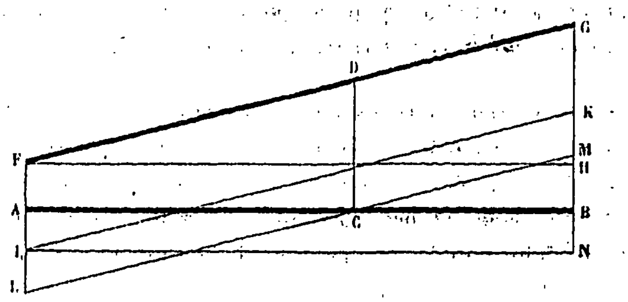

Fig. 1.

à-dire la différence des lignes AF et BG, est seule déterminée par la nature de l'excitation galvanique, et l'on ne connaît pas du tout les grandeurs absolues des lignes AF et BG ; en conséquence la distribution de l'électricité peut tout aussi bien être représentée par une autre ligne parallèle à la première, par IK par exemple ; car la force électromotrice serait exprimée alors par KN, les ordonnées situées au-dessous de AB étant négatives, et par conséquent sa valeur resterait la même qu'auparavant ; il est impossible de déterminer d'une manière générale laquelle des lignes en nombre infini, que l'on peut mener parallèlement à FG, exprimera l'état de l'anneau en un moment donné ; cet état doit être déterminé dans chaque cas particulier par les circonstances qui lui sont propres ; on conçoit aisément en outre que la direction de la ligne cherchée étant connue, sa position sera complétement déterminée, lorsque l'un de ses points sera fixé, ou en d'autres termes lorsqu'on aura déterminé la tension de ce point ; par exemple, si l'anneau perd toute son électricité au point C, la ligne LM menée en C, parallèlement à FG, exprimera dans ce cas avec une parfaite certitude l'état électrique de l'anneau ; cette distribution variable de l'électricité est la cause de l'inconstance des phénomènes que présente le circuit galvanique. Je peux ajouter qu'il est tout à fait indifférent de fixer la position de la ligne FG par rapport à celle de AB, ou bien de considérer la première de ces lignes comme invariable, et de faire varier par rapport à elle la position de AB ; cette dernière marche est de beaucoup la plus simple, quand la distribution de l'électricité devient plus complexe.

Cas d'un anneau formé de deux parties de natures différentes et de sections différentes. — Les conclusions qui viennent d'être établies pour le cas d'un anneau homogène dans toute son étendue peuvent facilement s'étendre au cas général d'un anneau composé d'un nombre quelconque de

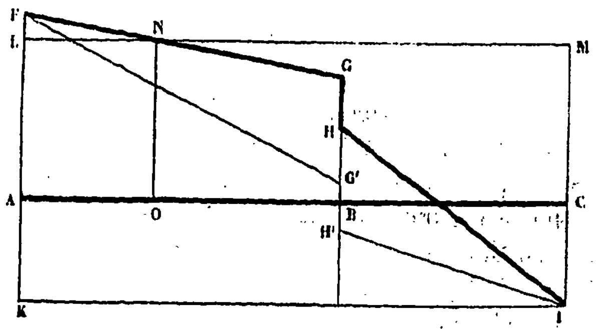

Fig. 2.

parties hétérogènes, pourvu que chaque partie soit elle-même homogène et présente partout la même section ; je prendrai pour exemple un anneau composé de deux parties hétérogènes. Supposons, comme dans le premier cas, que l'anneau ait été ouvert à l'un des points d'excitation et développé de manière à former la ligne droite ABC (*fig.* 2), de telle manière que AB et BC représentent les deux parties hétérogènes de l'anneau. Les perpendiculaires AF, BG représenteront par leurs longueurs les tensions existant aux extrémités de la partie AB ; les lignes BH et CI représenteront les tensions appartenant aux extrémités de la partie BC ; conséquemment AF + CI ou FK représentera la force électromotrice développée au point d'excitation que nous avons supposé ouvert et GH la force électromotrice correspondant au point de contact B ; maintenant si nous ne voulons considérer que l'état permanent du circuit, les droites FG et HI, d'après les raisons ci-dessus exposées, représenteront par leur position la distribution de l'électricité dans l'anneau. Mais on ne peut dire d'une manière générale si la ligne AC conservera la place qui lui est assignée sur la figure, ou si elle devra être portée en avant ou en arrière, parallèlement à elle-même; sa position dans chaque cas particulier devra être déterminée par des considérations distinctes; par exemple, si le point O du circuit était touché de manière que toute son électricité lui fût enlevée, ON disparaîtrait, et en conséquence, la ligne LM, tirée par le point N, parallèlement à AC, donnerait pour ce cas-là la position cherchée de AC; on voit par là comment la position de la ligne AC, par rapport à la figure FGHI, qui représente la distribution de l'électricité, doit être appropriée aux circonstances, et nous trouvons là la cause de cette variabilité des phénomènes galvaniques dont il a déjà été fait mention.

Il est toutefois indispensable, pour compléter l'étude du cas qui nous occupe, de tenir compte d'une circonstance que j'ai évité à dessein de mentionner jusqu'ici, afin de séparer autant que possible les considérations diverses que j'ai à présenter. Les longueurs FK et GH sont données, puisqu'elles représentent les forces électromotrices qui existent aux deux points d'excitation, mais cela ne suffit pas pour déterminer complétement la figure FGHI; par exemple, les points G et H pourraient être reportés plus bas en G′ et H′, de manière que G′H′ fût égal à GH; l'on obtiendrait ainsi la figure FG′H′I, qui indiquerait une distribution d'électricité toute différente, bien que la grandeur primitive des forces électromotrices individuelles ne fût pas altérée ; il est donc nécessaire de faire disparaître cette incertitude; si l'on veut mettre à l'abri de toute interprétation arbitraire les principes établis par rapport à un circuit composé de deux parties ; on y parvient de la manière suivante, en s'appuyant sur la première des lois fondamentales ; puisque nous nous bornons à considérer l'état électrique de l'anneau quand il ne varie plus avec le temps, il faut, comme nous l'avons précédemment établi, que chaque section reçoive d'un côté la quantité d'électricité qu'elle abandonne de l'autre. Quand les parties de l'anneau ont exactement dans tous leurs points la même constitution, la condition précédente entraîne la variation constante et uniforme de tension, qui est représentée dans la première figure par la ligne droite FG et dans la seconde par les lignes FG et HI ; mais quand la nature géométrique ou physique de l'anneau change en passant de l'une de ses parties à l'autre, il n'y a plus de raison pour que cette constance et cette uniformité subsistent ; conséquemment il faut déterminer par d'autres considérations la manière dont on doit combiner les différentes lignes droites pour former une figure complète. Pour plus de facilité, je considérerai séparément le cas où les parties de l'anneau présentent une différence purement géométrique, et le cas où elles présentent une différence purement physique.

Supposons d'abord que la section de la partie BC soit *m* fois plus petite que la section de la partie AB, les deux parties étant composées de la même substance ; l'état électrique de l'anneau étant indépendant du temps, il faut que dans toute l'étendue de l'anneau chaque partie reçoive d'une part autant d'électricité qu'elle en abandonne de l'autre, ce qui ne peut évidemment exister qu'à la condition que le flux électrique d'une molécule à l'autre soit, à un instant donné, *m* fois plus grand dans la partie BC que dans la partie AB, parce que c'est seulement de cette manière que l'équilibre peut être maintenu dans les deux parties. Mais pour obtenir entre deux molécules un flux d'électricité *m* fois plus grand, la différence des tensions d'une molécule à une autre molécule doit être dans la partie BC, conformément à la règle fondamentale, *m* fois plus grande que dans la partie AB; ou, si l'on se reporte à la figure, la ligne HI doit s'abaisser *m* fois plus vite, pour une longueur égale, ou avoir une *inclinaison m* fois plus grande que la ligne FG. Nous entendons par le mot *inclinaison* la différence de deux ordonnées séparées l'une de l'autre par une unité de longueur. On tire de cette considération la règle suivante: *Les inclinaisons des lignes* FG *et* HI, *dans les parties* AB *et* BC, *formées de substances semblables, sont inversement proportionnelles aux aires des sections de ces parties*. De cette façon, la figure FGHI est complétement déterminée.

Quand les parties AB et BC de l'anneau ont la même section, mais sont formées de substances différentes, le flux électrique ne dépend plus seulement de la variation de tension qui se produit quand on passe d'une molécule à une autre, mais elle dépend en même temps de la nature particulière de chaque substance. Cette différence dans la distribution de l'électricité, qui provient uniquement de la nature matérielle des corps, peut dépendre ou de leur structure particulière, ou de toute autre propriété spéciale; mais quelle qu'en soit la cause, elle exige que l'on distingue les divers corps sous le rapport de la conductibilité électrique, et le cas dont nous nous occupons peut servir à constater l'existence réelle de cette propriété et fournir les moyens de la déterminer d'une manière plus précise. En effet, puisque l'anneau formé de deux parties AB et BC diffère de l'anneau homogène, en cela seulement que les deux parties sont composées de substances différentes, une différence dans l'inclinaison des deux lignes FG et HI indiquera une différence dans la conductibilité des deux substances, et l'une de ces quantités pourra servir à déterminer l'autre. De cette manière, nous arrivons à établir la proposition suivante, qui peut tenir lieu de définition : *Dans un anneau composé de deux parties* AB *et* BC, *qui ont la même section et qui sont formées de deux substances différentes, les* *inclinaisons des lignes* FG *et* HI *sont en raison inverse des pouvoirs conducteurs des deux parties.* Si nous mesurons une fois pour toutes les pouvoirs conducteurs des diverses substances, on pourra s'en servir pour déterminer les inclinaisons des lignes FG et HI dans tous les cas qui se présenteront, et, par suite, la figure FG et HI se trouvera complétement déterminée. La détermination de la conductibilité d'après la distribution de l'électricité serait extrêmement difficile en raison de la faible intensité de l'électricité galvanique et de l'imperfection des appareils que l'on serait obligé d'employer ; nous indiquerons par la suite des moyens plus simples d'arriver au même résultat.

Maintenant nous pouvons, en prenant pour point de départ les deux cas particuliers qui viennent d'être examinés, nous élever au cas général où les deux parties prismatiques de l'anneau ne présentent pas la même section et ne sont pas composées de la même substance. *Dans ce cas, les inclinaisons correspondantes aux deux parties de l'anneau doivent être en raison inverse du produit de la section par le pouvoir conducteur.* Nous sommes donc en état de déterminer complétement dans tous les cas la figure FGHI, et par conséquent de connaître d'une manière parfaite la distribution de l'électricité dans l'anneau ; tout ce que nous avons dit jusqu'ici relativement à l'état électrique d'un anneau formé de deux parties hétérogènes peut être résumé de la manière suivante : *Quand un circuit galvanique est composé de deux parties prismatiques hétérogènes, il se produit aux points de contact un changement brusque dans la tension, et c'est dans ce changement que consiste la force électromotrice propre à chaque contact. D'un point de contact à l'autre, la tension varie d'une manière graduelle et uniforme, et les inclinaisons des lignes qui la représentent sont inversement proportionnelles aux produits des conductibilités par les sections.*

Cas général d'un anneau formé d'un nombre quelconque de parties de natures différentes et de sections différentes. — En procédant de la même manière nous pouvons, sans beaucoup de difficultés, déterminer l'état électrique d'un anneau composé de trois ou d'un plus grand nombre de parties hétérogènes, et nous arrivons à établir la règle générale qui suit : *Dans un circuit galvanique composé d'un nombre quelconque de parties prismatiques, la tension éprouve à droite et à gauche de chacun des points de contact un changement brusque qui constitue la force électromotrice appartenant à ce point; dans toute l'étendue de chacune des parties prismatiques, la force varie d'une extrémité à l'autre, d'une manière graduelle et uniforme, et les inclinaisons des lignes qui la représentent sont inversement proportionnelles au produit de la conductibilité de chaque partie par sa section;* au moyen de cette loi, on peut aisément, dans chaque cas particulier, construire complétement la figure qui représente la distribution de l'électricité.

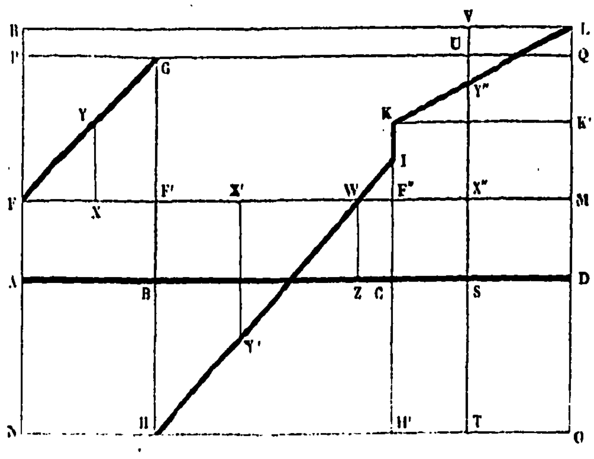

Fig. 3.

Supposons que la ligne ABCD (*fig.* 3) représente un anneau composé de trois parties hétérogènes, ouvert à l'un de ses points de contact, et développé en ligne droite; la position des lignes FG, HI, KL, indiquera la distribution de l'électricité dans chacune des parties de l'anneau; et les lignes AF, BG, BH, CI, CK, et DL, menées par les points A, B, C et D, perpendiculairement à AD, permettront de déterminer les forces électromotrices appartenant à chacun des points de contact, ces forces électromotrices ayant pour mesures les grandeurs GH, KI et LM ou DL—AF ; la grandeur connue de ces forces électromotrices et la nature également connue de chacune des parties AB, BC et CD permettent de déterminer complétement la figure qui représente la distribution de l'électricité.

Si, par les points F, H et K, nous menons parallèlement à AD des droites qui coupent aux points F', H', K', les lignes menées perpendiculairement à A D par les points B, C et D, d'après ce qui a été déjà démontré, les lignes GF', IH' et LK' sont directement proportionnelles aux longueurs des parties AB, BC et CD et inversement proportionnelles aux produits obtenus en multipliant la conductibilité de chacune de ces parties par sa section; conséquemment les rapports des lignes GF', IH' et LK' sont donnés ; en outre, l'on connaît aussi GF'+IH'+LK'=GH—KI+(DL—AF=LM), puisque les forces électromotrices représentées par GH, KI et DL—AF sont données. Les rapports des lignes GF', IH', LK' étant connus, ainsi que leur somme, on peut trouver la grandeur de chacune d'elles et par conséquent la figure FGHIKL est complétement connue ; mais la position de cette figure par rapport à la ligne AD reste toujours, par la nature même de la question, tout à fait indéterminée.

Si nous supposons que l'on s'avance de A vers D, les forces électromotrices représentées par GH et (DL — AF) ou LM indiquent un affaiblissement soudain de la tension aux points de contact correspondants, tandis que la force électromotrice représentée par IK indique au contraire un accroissement brusque de tension ; or, si nous considérons les forces électromotrices de la première espèce comme des quantités positives et celles de la seconde comme des quantités négatives, l'exemple qui précède nous conduit à établir la règle générale suivante: *Si l'on divise la somme de toutes les forces électromotrices d'un anneau composé d'un nombre quelconque de parties différentes, en* *un nombre égal de parties qui soient directement proportionnelles aux longueurs des diverses portions de l'anneau, et inversement proportionnelles aux produits de leurs conductibilités respectives par leurs sections, ces parties proportionnelles donneront les hauteurs totales de pente* (GF′, HI′, KL′, *etc.*,) *qu'il faudra attribuer aux lignes droites qui représentent pour chacun des divisions de l'anneau la distribution de l'électricité; ces lignes iront toutes en s'élevant ou en s'abaissant, suivant que la somme de toutes les forces électromotrices sera positive ou négative.*

Formule exprimant la tension d'un point quelconque du circuit. — Je vais maintenant déterminer la tension correspondant à un point donné d'un circuit galvanique quelconque, en raisonnant comme tout à l'heure sur la figure 3; appelons a, a' et a'' les forces électromotrices développées aux points B C et à la réunion des extrémités A et D, et admettons que a et a'' soient des quantités positives, a' au contraire une quantité négative; désignons par λ, λ', λ'' des lignes quelconques directement proportionnelles aux longueurs des parties de l'anneau AB, BC et CD et inversement proportionnelles aux produits des conductibilités de ces mêmes parties, par leurs sections; posons en outre :

$$a + a' + a'' = A$$

et

$$\lambda + \lambda' + \lambda'' = L\,;$$

GF′ sera une quatrième proportionnelle aux quantités L, A et λ.

HI′ sera une quatrième proportionnelle aux quantités L, A et λ'.

LK′ sera une quatrième proportionnelle aux quantités L, A et λ''.

Menons par le point F la ligne FM parallèle à AD; considérons cette ligne comme l'axe des abscisses, et menons par les points donnés X, X′, X″, les ordonnées XY, X′Y′, X″Y″, nous obtiendrons de la manière suivante leurs valeurs respectives.

En premier lieu, puisque $AB = FF'$, l'on a

$$AB : GF' = FX : XY,$$

d'où l'on tire

$$XY = \frac{FX.GF'}{AB},$$

ou en substituant à la place de GF' sa valeur $\frac{A.\lambda}{L}$,

$$XY = \frac{A}{L}.\frac{FX.\lambda}{AB};$$

si maintenant on représente par x une ligne telle que l'on ait

$$AB : FX :: \lambda : x,$$

la valeur de XY deviendra

$$XY = \frac{A}{L}.x.$$

Secondement, les lignes BC et $F'X'$ étant respectivement égales aux lignes que l'on mènerait par les points I et Y', parallèlement à AD et jusqu'à la rencontre de GH, l'on a

$$BC : IH' = F'X' : F'H - X'Y',$$

d'où l'on tire

$$-X'Y' = \frac{IH'.F'X'}{BC} - F'H,$$

ou bien, puisque $F'H = GH - GF'$,

$$-X'Y' = \frac{IH'.F'X'}{BC} + GF' - a;$$

si maintenant nous mettons à la place de IH' et GF' leurs valeurs $\frac{A.\lambda'}{L}$ et $\frac{A.\lambda}{L}$, nous obtenons l'équation

$$-X'Y' = \frac{A}{L}\left(\lambda + \frac{F'X'.\lambda'}{BC}\right) - a\,;$$

enfin si nous représentons par x' une ligne telle que l'on ait

$$BC : F'X' = \lambda' : x',$$

l'équation précédente devient

$$-X'Y' = \frac{A}{L}(\lambda + x') - a.$$

En troisième lieu, puisque $CD = KK'$ et que $F''X''$ est égal à la partie de KK', comprise depuis le point K jusqu'à la rencontre de la ligne $X''Y''$, nous avons

$$CD : LK' = F''X'' : X''Y'' - KF'',$$

d'où nous tirons

$$X''Y'' = \frac{LK'.F''X''}{CD} + KF'',$$

ou bien, puisque $KF'' = KI + IH' - F'H$ et que $F'H = GH - GF'$,

$$X''Y'' = \frac{LK'.F''X''}{CD} + IH' + GF' - (a + a')\,;$$

si maintenant à la place de LK', IH' et GF', nous substituons leurs valeurs $\frac{A.\lambda''}{L}$, $\frac{A.\lambda'}{L}$, $\frac{A.\lambda}{L}$, nous obtenons l'équation

$$X''Y'' = \frac{A}{L}\left(\lambda + \lambda' + \frac{F''X''.\lambda''}{CD}\right) - (a + a'),$$

et si nous représentons par x'' une ligne telle que l'on ait

$$CD : F''X'' = \lambda'' : x'',$$

cette équation devient

$$X''Y'' = \frac{A}{L}(\lambda + \lambda' + x'') - (a + a').$$

Ces valeurs de trois ordonnées appartenant à des parties distinctes du circuit se présentent sous autant de formes différentes ; mais on peut, de la manière suivante, les ramener à une expression commune; si le point F est pris pour origine des abscisses, FX sera l'abscisse correspondant à l'ordonnée XY qui appartient à la partie homogène AB de l'anneau et x représentera la longueur de cette abscisse réduite dans la proportion AB : λ; de même FX' est l'abscisse correspondant à l'ordonnée X'Y'; cette abscisse se compose de deux parties FF' et F'X' qui appartiennent respectivement à deux parties homogènes de l'anneau, et les quantités λ et x' sont les longueurs de ces parties, réduites pour l'une dans le rapport AB : λ, et pour l'autre dans le rapport BC : λ'; enfin FX'' est l'abscisse correspondant à l'ordonnée X''Y''; elle se compose des parties FF', F'F'', F''X'', qui appartiennent respectivement à des portions homogènes de l'anneau et les quantités λ, λ', x'' sont les longueurs correspondantes réduites dans le rapport AB : λ pour la première partie, BC : λ' pour la seconde, CD : λ'' pour la troisième; si, partant de cette observation, nous appelons *abscisses réduites* les valeurs x, $\lambda+x'$, $\lambda+\lambda'+x''$ et que nous les représentions d'une manière générale par la lettre y, nous obtiendrons les équations

$$XY = \frac{A}{L}\cdot y,$$

$$-X'Y' = \frac{A}{L}\cdot y - a,$$

$$X''Y'' = \frac{A}{L}\cdot y - (a+a');$$

il est évident d'ailleurs que L est, par rapport à la longueur totale AD ou FM, ce que y est par rapport aux longueurs FX, FX', FX'', et par conséquent l'on peut dire que L est la longueur réduite du circuit entier; en outre nous pouvons remarquer que dans toute l'étendue de l'abscisse correspondant à l'ordonnée XY, la tension n'éprouve pas de variation brusque et qu'au contraire, dans l'étendue de l'abscisse qui correspond à l'ordonnée $X''Y''$, la tension subit deux variations brusques a et a' ; si donc nous représentons d'une manière générale par O la somme de tous les changements brusques de tension qui se produisent dans l'étendue de l'abscisse correspondant à l'ordonnée que l'on considère, toutes les valeurs trouvées plus haut pour les diverses ordonnées seront comprises dans une expression commune

$$\frac{A}{L} y - O\ ;$$

mais pour que ces ordonnées représentent les tensions électriques qui appartiennent aux diverses parties de l'anneau, il suffit de leur ajouter une constante arbitraire, qui représente la longueur AF ; si donc nous désignons d'une manière générale par u la tension correspondant à un point quelconque, nous aurons pour déterminer cette quantité l'équation suivante :

$$u = \frac{A}{L} y - O + c,$$

dans laquelle c représente une constante arbitraire ; cette équation est toujours vraie et peut se traduire de la manière suivante : *Pour déterminer la tension correspondant à un point quelconque d'un circuit galvanique composé de diverses parties, il faut : 1° chercher une quatrième proportionnelle à la longueur réduite du circuit entier, à la longueur réduite de la partie qui représente l'abscisse et à la somme de toutes les forces électromotrices; 2° retrancher de cette quatrième proportionnelle la somme de toutes les forces électromotrices mises en jeu dans l'étendue de l'abscisse considérée, et 3° enfin ajouter ou retrancher une constante arbitraire dont la valeur est la même pour toutes les parties du circuit.*

Formule relative à l'intensité du courant. — La tension d'un point quelconque du circuit étant déterminée, il ne reste plus qu'à chercher l'*intensité* du courant électrique ; dans un circuit galvanique tel que nous le considérons, la quantité d'électricité qui traverse une section quelconque est partout la même en un instant donné, puisque toutes les sections reçoivent constamment d'un côté la quantité d'électricité qu'elles abandonnent de l'autre ; mais dans des circuits différents, cette quantité peut être très-différente ; si donc on veut comparer entre eux des circuits galvaniques différents, il devient indispensable de déterminer exactement la quantité qui doit servir de mesure à la grandeur ou à l'intensité du courant ; l'examen de la figure 3 peut conduire de la manière suivante à cette détermination ; nous avons déjà fait voir que la grandeur du flux électrique, transmis en un instant donné d'une molécule à la molécule contiguë, est proportionnel à la différence des tensions que possèdent ces molécules et à un coefficient qui varie avec la nature et la structure des corps, c'est-à-dire au coefficient qui exprime la conductibilité ; mais si la différence des tensions de deux molécules contiguës est ramenée constamment à l'unité de distance, elle sera exprimée, dans la partie BC par exemple, par l'inclinaison de la ligne HI ou par le quotient $\frac{\mathrm{IH'}}{\mathrm{BC}}$; si donc nous représentons par k le coefficient de conductibilité de la partie BC, $\frac{k.\mathrm{IH'}}{\mathrm{BC}}$ représentera le flux de molécule à molécule ou l'intensité élémentaire du courant dans la partie BC ; en conséquence, si ω représente l'aire de la section pour la partie BC de l'anneau, la quantité d'électricité qui passe constamment d'une section à la section contiguë ou l'*intensité* du courant sera exprimée par

$$\frac{k.\omega.\mathrm{IH'}}{\mathrm{BC}};$$

si donc nous représentons par S cette intensité du courant, nous aurons

$$\mathrm{S}=\frac{k.\omega.\mathrm{IH'}}{\mathrm{BC}},$$

ou en remplaçant IH′ par sa valeur $\frac{A.\lambda'}{L}$,

$$S=\frac{A}{L}.\frac{k.\omega.\lambda'}{BC}.$$

Jusqu'à présent les lettres λ, λ', λ'' ont représenté des lignes proportionnelles au quotient que l'on obtient en divisant les longueurs des parties de l'anneau AB, BC, CD par les produits de leurs conductibilités et de leurs sections respectives; cette définition laisse complétement indéterminées les grandeurs absolues des lignes λ, λ', λ''; mais si nous convenons de désigner désormais par ces lettres λ, λ', λ'' non plus des quantités simplement proportionnelles aux quotients dont on vient de parler, mais ces quotients eux-mêmes, et si nous modifions en conséquence la définition des mots *longueurs réduites*, la première des deux équations qui précèdent deviendra

$$S=\frac{IH'}{\lambda'},$$

ce qui donne la règle générale suivante : *L'intensité du courant dans une partie homogène du circuit est égale au quotient que l'on obtient en divisant, par la longueur réduite de cette partie, la différence des tensions qu'elle présente à ses deux extrémités.* Nous emploierons, dans la suite de ce mémoire, cette expression de l'intensité du courant. La seconde des équations ci-dessus devient, par le changement de définition adopté,

$$S=\frac{A}{L}.$$

Cette équation, qui est vraie dans tous les cas, fait voir que l'intensité du courant est la même dans toutes les parties d'un même circuit; elle veut dire, en langage ordinaire, que *l'intensité du courant développé dans un circuit galvanique est directement proportionnelle à la somme de toutes les forces électromotrices et inversement proportionnelle à la longueur réduite du circuit entier;* il faut se rappeler que maintenant nous entendons par *longueur réduite* la somme de tous les quotients obtenus en divisant les longueurs réelles des diverses parties homogènes du circuit par les produits de leurs conductibilités et de leurs sections respectives.

Conséquences diverses des formules précédentes. — Au moyen de l'équation qui donne l'intensité du courant et de celle que nous avons précédemment obtenue pour déterminer la tension d'un point quelconque du circuit, l'on peut aisément arriver à connaître d'une manière certaine toutes les propriétés du circuit galvanique. J'avais déjà déduit depuis quelque temps la première de ces équations d'une série d'expériences très-variées [1] que j'ai exécutées au moyen d'un appareil dont l'exactitude et la précision ne sauraient être contestées; la seconde équation représente avec la plus grande fidélité toutes les observations déjà nombreuses qui avaient été faites antérieurement, et quand elle a conduit à des résultats que les expériences antérieures n'avaient pas fait connaître encore, elle n'a pas cessé de se trouver exacte ; les deux équations marchent constamment d'accord avec l'expérience, comme je vais le faire voir tout à l'heure, en exposant rapidement les conséquences qu'on en peut tirer. Je crois nécessaire de faire remarquer que ces deux équations sont applicables à tous les circuits galvaniques dont l'état est permanent, et par conséquent qu'elles embrassent le cas particulier de la pile voltaïque; il n'est donc pas besoin d'établir séparément la théorie de cette pile; pour plus de netteté, je raisonnerai dorénavant sur l'exemple que représente la figure 3, au lieu d'employer l'équation $u = \frac{A}{L} y - O + C$, et je ferai remarquer ici une fois pour toutes que toutes les conséquences ainsi obtenues peuvent être généralisées.

Nous avons vu que, quand l'électricité circule dans un circuit galvanique, les tensions correspondant aux divers points

[1] *Schweigger's Jahrbuch*, 1820, partie II.

extrémités de cette partie est presque égale à la somme de toutes les forces électromotrices, mises en jeu dans le circuit; toutes les forces électromotrices semblent, pour ainsi dire, converger vers cette unique partie, de manière à y rendre la distribution des tensions beaucoup plus manifeste que dans les cas ordinaires; il en est ainsi du moins, quand toutes les forces électromotrices, ou la majeure partie d'entre elles, sont de même espèce; de cette manière, la variation de tension, qui d'ordinaire est à peine appréciable dans un circuit fermé, peut être mise nettement en évidence, ce qu'autrement il serait impossible de faire, en raison de la faible intensité des forces galvaniques, sans recourir à l'emploi du condensateur; cette propriété remarquable des circuits galvaniques, qui en révèle, pour ainsi dire, complétement la nature, a été depuis longtemps déjà remarquée pour divers corps mauvais conducteurs, et l'on a cru qu'elle dépendait de la constitution particulière de ces corps [1]; mais j'ai énuméré dans une lettre adressée à l'éditeur des *Annalen der Physik* [2] les conditions qu'il suffit de remplir pour observer cette propriété même dans les meilleurs conducteurs, dans les métaux; j'ai décrit les précautions qui sont nécessaires pour assurer le succès des expériences, et ces précautions, que l'observation m'avait enseignées, se trouvent parfaitement d'accord avec les considérations qui précèdent.

L'expression $\frac{A}{L}\frac{(\lambda)}{(l)}$ qui représente l'inclinaison d'une partie quelconque du circuit devient nulle, quand L devient infiniment grand, pourvu que A et $\frac{\lambda}{l}$ conservent des valeurs finies; conséquemment, si L prend une valeur infiniment grande et que A reste fini, l'inclinaison des lignes droites qui représentent la distribution de l'électricité devient nulle dans toutes les parties du circuit, dont la longueur réduite et la longueur

[1] *Gilbert's Annalen*, t. VIII, p. 205, 207 et 456; t. X, p. 11.
[2] Jahrgang, 1826, partie V, p. 117.

réelle ont des rapports finis, ce qui revient à dire que ces parties présentent en tous leurs points la même tension; maintenant, puisque L représente la somme des longueurs réduites de toutes les parties du circuit, et que ces longueurs réduites ne peuvent évidemment prendre que des valeurs positives, L devient infiniment grand, aussitôt qu'une des longueurs réduites devient elle-même infinie; en outre la longueur réduite d'une partie n'étant autre chose que le quotient obtenu, en divisant sa longueur réelle par le produit de sa section et de sa conductibilité, cette longueur réduite devient infinie, quand la conductibilité devient nulle, c'est-à-dire quand la partie que l'on considère ne conduit pas l'électricité. *Lors donc que l'une des parties du circuit n'est pas conductrice, l'électricité se répand uniformément sur chacune des autres parties, et la différence entre les tensions de deux parties contiguës est égale à la force électromotrice produite par leur contact.* Cette distribution d'électricité qui se produit dans un circuit ouvert est beaucoup plus simple que celle qui s'établit dans les circuits fermés, que nous avons considérés jusqu'ici; pour la représenter géométriquement, il faut donner aux lignes FG, HI, KL, des directions parallèles à AD; d'où il résulte évidemment que *la différence entre les tensions, correspondant à deux points quelconques du circuit, est égale à la somme de toutes les forces électromotrices, développées dans l'intervalle qui sépare ces deux points; par conséquent elle augmente ou diminue exactement de la même manière que cette somme; quand donc l'un des points est touché de manière que sa tension devienne nulle, la tension qui se manifeste au point opposé représente la somme de toutes les forces électromotrices développées entre les deux points.* Toutes les expériences qui ont été exécutées au moyen de l'électroscope sur les circuits ouverts par Ritter, Ermann et Jäger, et qui se trouvent décrites dans les *Annales de Gilbert* [1], se trouvent représentées par cette dernière loi.

Les tensions d'un circuit galvanique de l'espèce que nous

[1] T. VIII, XII et XIII.

considérons, se trouvant déterminées par les considérations qui précèdent, nous allons maintenant nous occuper du courant développé dans le circuit; son intensité se trouve exprimée, comme nous l'avons vu plus haut, pour un point quelconque du circuit par l'équation

$$S = \frac{A}{L}.$$

La forme de cette équation et les raisonnements qui ont servi à l'établir font voir également que *l'intensité du courant est la même dans toute l'étendue du circuit et qu'elle dépend exclusivement de la configuration du système de lignes qui représente la distribution de l'électricité, de telle sorte que cette intensité ne varie pas quand la tension d'un point quelconque est modifiée par un contact ou de toute autre manière;* l'uniformité du courant dans toute l'étendue d'un même circuit a été établie par les expériences de Becquerel [1], et celles de G. Bischof [2] constatent que l'intensité ne varie pas avec la tension d'un point déterminé du circuit; une augmentation ou une diminution de tension ne modifie pas l'intensité du courant, tant qu'on se borne à agir sur un seul point du circuit: si l'on opérait sur deux points à la fois, il se formerait nécessairement un second courant qui, suivant les circonstances, modifierait plus ou moins le premier.

L'équation $$S = \frac{A}{L}$$

fait voir que le courant d'un circuit galvanique varie toutes les fois qu'on fait varier la grandeur d'une des forces électromotrices ou la longueur réduite de l'une des parties, et cette dernière quantité dépend à son tour de la longueur réelle, de la conductibilité et de la section; mais on peut restreindre le nombre de ces causes de changement, en supposant qu'un seul

[1] *Bulletin universel*, PHYSIQUE, mai 1825.

[2] *Kastner's Archiv.*, t. IV, partie I.

des éléments qui viennent d'être énumérés reste variable, tous les autres devenant constants; on peut de cette manière faire subir à l'équation générale autant de transformations distinctes qu'il y a de quantités susceptibles de varier; pour éclaircir le sens de cette phrase par un exemple, je supposerai que dans le circuit la longueur réelle des parties soit seule variable, que toutes les autres quantités qui contribuent à déterminer l'intensité du courant conservent des valeurs constantes; si nous désignons par x la longueur variable, par k la conductibilité et par ω la section correspondant à une même partie, et si nous représentons la somme des longueurs réduites de toutes les autres parties par Λ, de telle manière que $L = \Lambda + \frac{x}{k\omega}$, alors l'équation générale qui représente l'intensité du courant prendra la forme suivante :

$$S = \frac{A}{\Lambda + \frac{x}{k.\omega}},$$

ou si nous multiplions le numérateur et le dénominateur par $k\omega$, et que nous écrivions a à la place de $k\omega A$, et b à la place de $k\omega\Lambda$,

$$S = \frac{a}{b+x};$$

dans cette dernière équation a et b représentent deux quantités constantes et x la longueur variable d'une portion du circuit dont la conductibilité et la section sont supposées constantes; cette forme particulière de l'équation, dans laquelle tous les éléments invariables du circuit sont représentés par le plus petit nombre possible de constantes, est celle que j'avais empiriquement déduite des expériences qui m'ont conduit à la théorie que je développe ici [1]. La loi qu'elle ex-

[1] Voir *Schweigger's Jahrbuch*, 1826, partie II.

prime, relativement à la longueur des conducteurs, diffère essentiellement de celle que Davy d'abord, et plus récemment Becquerel, ont conclue de leurs expériences ; elle diffère très-notablement aussi de celle que Barlow a mise en avant et de celle que j'avais moi-même antérieurement déduite d'autres expériences, bien que toutefois ces deux dernières lois se rapprochent beaucoup plus de la vérité. La première n'est autre chose au fond qu'une formule d'interpolation, exacte seulement dans le cas où la longueur variable est très-petite relativement à la longueur du circuit entier ; et cependant elle est évidemment applicable aux systèmes de conducteurs les plus différents, puisqu'elle ne prend en considération que la partie variable du circuit, laissant de côté tout le reste ; mais toutes ces lois ont un défaut commun, elles résultent d'expériences dans lesquelles agit une cause perturbatrice que j'examinerai plus complétement ailleurs (je veux parler des actions chimiques qui se produisent dans la partie liquide du circuit).

J'ai déjà indiqué comment se lient les unes aux autres les formes diverses sous lesquelles la loi peut être présentée ; je me bornerai à mentionner ici quelques-unes des nombreuses propriétés du circuit galvanique qui résultent de l'équation générale

$$S = \frac{A}{L} ;$$

on voit au premier coup d'œil qu'un changement dans la disposition des parties du circuit ne modifie pas l'intensité du courant quand ce changement ne fait pas varier la somme des forces électromotrices ; l'intensité du courant n'est pas encore altérée quand la somme des forces électromotrices et la longueur réduite du circuit entier varient dans le même rapport. En conséquence, il peut arriver que dans un circuit la somme des forces électromotrices soit beaucoup plus petite que dans un autre circuit et que cependant l'intensité du courant soit la même de part et d'autre ; il en sera ainsi si l'infériorité que présente le premier circuit, sous le rapport des forces électromotrices, se trouve compensée par une différence convenable de longueur réduite; *c'est de là que vient la différence caractéristique des circuits thermo-électriques et des circuits hydro-électriques;* les circuits de la première espèce sont formés exclusivement de métaux, ceux de la seconde se composent non-seulement de métaux, mais encore de liquides aqueux dont la conductibilité est excessivement petite, par rapport à celle des métaux; il résulte de cette mauvaise conductibilité des liquides que leurs longueurs réduites seraient incomparablement plus grandes que celles des métaux si les dimensions étaient les mêmes de part et d'autre, et lors même qu'on diminue la longueur réelle et qu'on accroît la section des parties liquides, leur longueur réduite reste encore beaucoup plus considérable que celle des parties métalliques, quand les dimensions ne sont pas trop différentes; d'après cela, la longueur réduite des circuits thermo-électriques est en général beaucoup plus petite que celle des circuits hydro-électriques, et le même rapport existe entre leurs forces électromotrices respectives, quand on suppose que l'intensité du courant est la même pour les deux espèces de circuit. *La grande différence qui existe entre un circuit thermo-électrique et un circuit hydro-électrique qui produisent des courants de même intensité, devient manifeste quand on fait subir un même changement aux deux circuits, comme le fait voir l'observation suivante :* désignons par L la longueur réduite d'un circuit thermo-électrique, par A la somme de ses forces électromotrices, par mL la longueur réduite d'un circuit hydro-électrique, par mA la somme de ses forces électromotrices, alors l'intensité du courant sera exprimée dans le premier circuit par $\frac{A}{L}$, dans le second par $\frac{mA}{mL}$, elle sera par conséquent la même dans les deux circuits; mais les deux courants cesseront d'être égaux si l'on introduit de part et d'autre une nouvelle partie de longueur réduite λ, car alors l'intensité du courant sera dans le premier circuit : $\frac{A}{L+\lambda}$, et dans le second : $\frac{mA}{mL+\lambda}$. Si nous évaluons, même grossièrement, les quantités m, L et λ, nous pourrons aisément reconnaître que dans les mêmes circonstances où un circuit hydro-électrique simple est capable de produire dans la partie λ des actions calorifiques ou chimiques, le circuit thermo-électrique ne possède pas la centième, ni même quelquefois la millième partie de la force nécessaire pour produire de semblables effets; nous comprendrons aussi pourquoi l'on ne vient pas à bout de les produire en diminuant la longueur réduite du circuit thermo-électrique (comme on peut le faire, par exemple, en augmentant la section des métaux qui le composent), bien que l'intensité du courant puisse être augmentée, par ce moyen, dans une plus forte proportion que ne le serait celle d'un circuit hydro-électrique capable de produire des phénomènes d'échauffement ou de décomposition ; cette différence entre la conductibilité des corps métalliques et celle des liquides aqueux permet de rendre compte d'une particularité que l'on a observée dans les circuits hydro-électriques et dont il convient peut-être ici de faire mention. Dans les circonstances ordinaires, la longueur réduite de la partie liquide est si grande, par rapport à la longueur réduite de la partie métallique, que cette dernière peut être négligée, et qu'alors, au lieu de la longueur réduite du circuit entier, on peut se borner à prendre celle de la partie liquide seulement ; mais alors l'intensité du courant dans des circuits qui ont la même force électromotrice est en raison inverse de la longueur réduite de la partie fluide ; par conséquent, quand on se borne à comparer des circuits dans lesquels les parties liquides ont les mêmes longueurs réelles et les mêmes conductibilités, *l'intensité du courant est en raison directe de la section de la partie liquide*. Toutefois, il ne faut pas perdre de vue que cette loi simple cesse de pouvoir être employée et qu'il faut revenir à la loi générale, quand la longueur réduite de la portion métallique du circuit cesse d'être négligeable en comparaison de celle du liquide, ce qui arrive quand la partie métallique est longue et mince, ou bien encore quand le liquide est bon conducteur et qu'il communique avec le reste du circuit par de très-grandes surfaces.

On peut aisément reconnaître au moyen de l'équation

$$S = \frac{A}{L}$$

que, si une portion d'un circuit galvanique est enlevée et remplacée par une autre partie, et que ce changement ne fasse varier ni la somme des forces électromotrices, ni l'intensité du courant, les deux parties que l'on substitue l'une à l'autre ont la même longueur réduite, il en résulte que *leurs longueurs réelles sont entre elles comme les produits de leurs conductibilités par leurs sections; par conséquent les longueurs réelles sont dans le rapport des conductibilités quand les parties ont la même section, et dans le rapport des sections quand la conductibilité est la même.* La première de ces deux relations fournit pour la détermination des conductibilités des divers corps une méthode beaucoup plus avantageuse que le procédé dont j'ai parlé plus haut, et cette méthode a déjà été employée pour quelques métaux, soit par Becquerel, soit par moi-même [1]; la seconde relation peut servir à démontrer expérimentalement que l'intensité du courant est indépendante de la forme de la section, comme l'avait fait antérieurement Davy et comme je l'ai fait moi-même récemment [2].

Théorie de la pile de Volta. — Dans la pile de Volta, la somme des forces électromotrices du circuit simple et sa longueur réduite se trouvent autant de fois répétées qu'il y a d'éléments employés pour former la pile ; si donc nous désignons par A la somme de toutes les forces électromotrices développées dans le circuit simple, par L sa longueur réduite,

[1] *Bulletin universel*, PHYSIQUE, mai 1825, et *Schweigger's Jahrbuch*, 1826, partie II.

[2] *Gilbert's Annalen*, n. n. folge, t. XI, p. 253, et *Schweigger's Jahrbuch*, 1827.

et par n le nombre des éléments de la pile, l'intensité du courant sera évidemment, dans le circuit de la pile :

$$\frac{nA}{nL},$$

et dans le circuit simple :

$$\frac{A}{L}.$$

Si maintenant nous introduisons dans le circuit simple, aussi bien que dans le circuit de la pile, une nouvelle partie de longueur réduite λ, que le courant doive traverser, son intensité, modifiée de cette manière, sera, dans le circuit simple :

$$\frac{A}{L+\lambda},$$

et dans le circuit de la pile voltaïque :

$$\frac{nA}{nL+\lambda} \quad \text{ou} \quad \frac{A}{L+\frac{\lambda}{n}}.$$

Il résulte évidemment de là que *l'intensité du courant est toujours plus grande dans le circuit de la pile voltaïque que dans le circuit simple, mais que la différence des intensités est insignifiante, tant que* λ *est très-petit par rapport à* L *; qu'au contraire, le rapport de ces intensités se rapproche de plus en plus du rapport* $n : 1$, *à mesure que* λ *devient de plus en plus grand par rapport à* nL, *et par conséquent à plus forte raison de plus en plus grand par rapport à* L. La combinaison de la pile voltaïque n'est pas la seule qu'on puisse employer pour augmenter l'intensité du courant, il existe un autre moyen d'atteindre ce but, qui consiste à diminuer la longueur réduite du circuit simple ; pour y parvenir, on augmente sa section, en plaçant plusieurs éléments à côté les uns des autres, et en les accouplant de telle façon, que leur ensemble ne représente qu'un seul élément. Si nous conservons les mêmes notations que tout à l'heure, de manière que

$$\frac{A}{L+\lambda}$$

continue à représenter l'intensité du courant fourni par un seul élément, alors, avec la combinaison de n éléments que nous venons d'indiquer, l'intensité du courant sera évidemment

$$\frac{A}{\frac{L}{n}+\lambda} \quad \text{ou} \quad \frac{nA}{L+n\lambda},$$

ce qui indique que, dans la nouvelle combinaison, *l'augmentation d'intensité qui résulte de la réunion de plusieurs éléments, est faible quand* λ *est très-grand par rapport à* L, *et qu'au contraire cette augmentation est considérable, quand* λ *est très-petit par rapport à* $\frac{L}{n}$ *et par conséquent à plus forte raison très-petit par rapport à* L ; il suit de là que l'une des combinaisons devient efficace, précisément dans les circonstances où l'autre cesse de l'être et *vice versâ*. Lors donc que l'on a à sa disposition un certain nombre d'éléments que l'on veut faire agir sur une portion de circuit dont la longueur réduite est λ, il n'est pas indifférent, pour obtenir la plus grande intensité possible, de les disposer de telle ou telle manière, ou tous côte à côte, ou tous bout à bout, ou bien encore partie côte à côte et partie bout à bout; le calcul [1] fait voir que la disposition la plus avantageuse consiste à former une pile voltaïque, composée d'un nombre tel de groupes égaux, que le carré de ce nombre soit égal au quotient $\frac{n\lambda}{L}$; quand $\frac{n\lambda}{L}$ est égal à 1 ou

[1] L'auteur donne plus loin (Mémoire principal, n° 26) le calcul dont il indique ici les résultats. Chacun des groupes dont il parle est formé d'éléments simples accouplés par leurs pôles de même nom; ces groupes sont placés bout à bout pour former ce qu'il appelle une pile voltaïque.

plus petit que 1, ce qu'il y a de mieux à faire, c'est de disposer tous les éléments côte à côte, et au contraire il faut les placer tous à la suite les uns des autres, quand $\frac{nA}{L}$ est égal au carré du nombre total des éléments, ou plus grand que ce carré. *Les considérations qui précèdent permettent de comprendre pourquoi, dans un grand nombre de cas, il est nécessaire, pour obtenir le plus grand effet possible, d'employer un élément simple, ou une pile voltaïque composée d'un petit nombre d'éléments seulement.* Puisque l'intensité totale du courant est la même dans toute l'étendue du circuit, son énergie doit varier d'un point à un autre, en raison inverse de la grandeur de la section, et si nous admettons que les effets magnétiques ou chimiques, aussi bien que les phénomènes de lumière et de chaleur, soient des manifestations directes du courant électrique, liées avec lui de telle manière que leur intensité dépende de son énergie, alors l'étude approfondie du courant, que je ne fais ici qu'esquisser, devra conduire à l'explication complète des anomalies nombreuses, et pour la plupart énigmatiques, que l'on a observées dans le circuit galvanique, dans tous les cas du moins où il sera permis de considérer comme invariable la nature physique du circuit [1]. L'on trouve souvent dans les résultats obtenus par divers observateurs de grandes différences qui ne proviennent pas des dimensions de leurs appareils, et qui sans doute doivent être attribuées aux deux genres de modifications que peuvent subir les circuits hydro-électriques; quand on répétera les expériences, en tenant compte des causes perturbatrices, les anomalies devront disparaître.

Théorie du multiplicateur. — Les considérations qui précèdent permettent d'expliquer d'une manière complète les différences remarquables que l'on constate dans le mode d'action du multiplicateur, soit lorsqu'on introduit successivement

[1] Voir *Schweigger's Jahrbuch*, 1826, partie II, où j'ai donné une explication un peu plus détaillée de ces faits particuliers.

le même instrument dans divers circuits, soit lorsqu'on place au contraire dans le même circuit des multiplicateurs différents ; en effet, si nous désignons par A la somme des forces électromotrices, et par L la longueur réduite d'un circuit galvanique,

$$\frac{A}{L}$$

représentera l'intensité du courant ; maintenant si nous concevons un multiplicateur formé de n circonvolutions semblables et si nous représentons par λ la longueur réduite de chacune d'elles,

$$\frac{A}{L+n\lambda}$$

exprimera l'intensité que prend le courant quand le multiplicateur fait partie du circuit ; or, si nous supposons, pour plus de simplicité, que les n circonvolutions exercent toutes des actions égales sur l'aiguille aimantée, l'action totale du multiplicateur sur cette aiguille sera évidemment

$$\frac{nA}{L+n\lambda},$$

en admettant que le circuit, placé comme le multiplicateur par rapport à l'aiguille, exerce, avant l'introduction du multiplicateur, une action exprimée par

$$\frac{A}{L}.$$

Il résulte de là que l'action exercée sur l'aiguille aimantée se trouve augmentée ou affaiblie par l'introduction du multiplicateur, suivant que n L *est plus grand ou plus petit que* L + n λ, *c'est-à-dire suivant que* n *fois la longueur réduite du circuit sans multiplicateur est une quantité plus grande ou plus petite que la longueur réduite du circuit avec multiplicateur.* En outre, il suffit de jeter un coup d'œil sur l'expression qui représente l'action du multiplicateur sur l'aiguille, pour reconnaître que cette action atteint son maximum lorsque L devient négligeable par rapport à $n\lambda$ et que la valeur de ce maximum est

$$\frac{A}{\lambda}.$$

Si l'on compare cette action limite du multiplicateur à celle qu'exerce une circonvolution toute semblable formée avec le circuit sans multiplicateur, on reconnaît que ces actions sont entre elles dans le même rapport que les longueurs réduites L et λ; l'une d'elles peut donc être déterminée au moyen de cette relation quand l'autre est connue; *l'expression obtenue pour l'action limite du multiplicateur fait voir qu'elle est proportionnelle à la force électromotrice du circuit et indépendante de sa longueur réduite ;* il résulte de là que l'action limite d'un même multiplicateur peut servir à déterminer les forces électromotrices de divers circuits; on voit en outre que cette action limite, croissant dans le même rapport que la somme des forces électromotrices, se trouve augmentée, lorsqu'on associe plusieurs éléments de manière à former une pile voltaïque; si l'on représente la longueur réelle de l'une des circonvolutions qui forment le multiplicateur par l, sa conductibilité par k et sa section par ω, de telle manière que l'on ait $\lambda = \frac{l}{k\omega}$, l'expression qui représente l'action limite du multiplicateur devient alors

$$k.\omega.\frac{A}{l};$$

elle fait voir que *les actions limites de deux multiplicateurs dont les fils ont le même diamètre et sont formés de métaux différents, sont dans le même rapport que les conductibilités de ces métaux, et que les actions limites de deux multiplicateurs construits avec des fils de même nature sont dans le même rapport que les sections de ces fils.*

J'ai démontré expérimentalement l'existence de ces diverses propriétés, soit par mes observations personnelles, soit par les observations d'autres physiciens [1]; les expériences les plus récentes qui ont été faites dans cette voie sur les circuits thermo-électriques conduisent, par une route différente et en quelque sorte opposée, à une conclusion que nous avons déjà déduite d'une équation établie plus haut; elles prouvent que la somme des forces électromotrices est beaucoup plus faible dans les circuits thermo-électriques que dans les circuits hydro-électriques ordinaires; d'après les comparaisons approximatives que j'ai établies, je crois pouvoir me hasarder à prédire que, pour obtenir des effets de chaleur, il sera nécessaire d'employer une pile voltaïque composée de quelques centaines de couples thermo-électriques bien choisis, et que, pour produire des effets chimiques d'une certaine énergie, il faudra donner plus de développement encore à l'appareil; des expériences qui vérifieraient l'exactitude de cette prédiction fourniraient une confirmation nouvelle et importante de la théorie que je propose ici.

Théorie des courants dérivés. — Les considérations qui précèdent permettent aussi de reconnaître ce qui arrive quand le circuit se partage quelque part en deux ou en un plus grand nombre de branches; pour cela rappelons-nous que, lorsque nous avons obtenu l'équation $S=\frac{A}{L}$, nous avons aussi établi cette règle, que l'intensité du courant qui circule dans une partie homogène quelconque du circuit est exprimée par le quotient que l'on obtient en divisant par la longueur réduite de cette partie la différence des tensions que possèdent ses deux extrémités. A la vérité, cette règle n'a été établie ci-dessus que pour le cas où le circuit ne se divise nulle part en plusieurs embranchements; mais, par un raisonnement analogue à celui qui a été fait plus haut, on arrive très-simplement à démontrer que la même règle est applicable à chacune des

[1] *Schweigger's Jahrbuch*, 1826, partie II, et 1827.

branches du circuit, quand celui-ci est divisé ; c'est une conséquence qui résulte de ce principe, que, dans une section quelconque, la quantité d'électricité reçue est égale à la quantité transmise ; supposons, par exemple, que le circuit se partage en trois branches dont les longueurs réduites soient λ, λ' λ''; admettons en outre qu'il n'y ait point de force électromotrice développée aux points de bifurcation, de telle sorte que la tension y soit la même pour la portion de circuit non divisée et pour chacun des embranchements, et désignons par α la différence qui existe entre les tensions correspondant à ces deux points ; alors, d'après la règle ci-dessus, l'intensité du courant dans chacune des trois branches sera

$$\frac{\alpha}{\lambda}, \ \frac{\alpha}{\lambda'}, \ \frac{\alpha}{\lambda''}.$$

On peut conclure directement de là que *les intensités du courant dans les trois branches sont réciproquement proportionnelles à leurs longueurs réduites ;* il en résulte que chacune de ces intensités pourra être déterminée quand la somme des trois intensités sera connue. Mais cette somme est évidemment égale à l'intensité que possède le courant dans la partie non divisée du circuit ; autrement l'état de ce circuit, que nous supposons toujours invariable, serait altéré. Maintenant, il résulte des considérations ci-dessus exposées, que l'intensité du courant et la constitution particulière de chacune des parties homogènes du circuit suffisent pour déterminer l'inclinaison de la ligne droite qui représente la distribution de l'électricité sur la partie considérée ; il est donc certain que la ligne qui représente les tensions appartenant à la partie non divisée du circuit reste la même, tant que le courant conserve la même intensité, et réciproquement ; par conséquent, l'invariabilité du courant dans la partie non divisée du circuit suppose nécessairement que la différence entre les tensions qui appartiennent aux extrémités de cette partie reste constante. Imaginons maintenant qu'à la place des embranchements séparés on introduise dans le circuit un conducteur unique, de longueur réduite Λ, qui ne modifie ni l'intensité du courant, ni les forces électromotrices du circuit ; alors, d'après ce qui vient d'être établi, la différence entre les tensions appartenant à ses deux extrémités conservera toujours la valeur α, et l'on aura par conséquent

$$\frac{\alpha}{\Lambda}=\frac{\alpha}{\lambda}+\frac{\alpha}{\lambda'}+\frac{\alpha}{\lambda''}$$

ou

$$\frac{1}{\Lambda}=\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda'}+\frac{1}{\lambda''};$$

cette équation peut servir à déterminer la valeur de Λ ; cette valeur une fois connue, si nous appelons A la somme de toutes les forces électromotrices du circuit, et L la longueur réduite de la partie non divisée, *l'intensité du courant dans le circuit que nous avons considéré en dernier lieu sera exprimée, comme on sait, par*

$$\frac{A}{L+\Lambda}$$

et cette intensité sera égale à la somme des intensités des courants partiels qui circulent dans les branches séparées. Maintenant, puisqu'il a déjà été démontré que les intensités des courants partiels sont en raison inverse des longueurs réduites des embranchements qu'ils parcourent, l'intensité du courant sera :

Pour la branche dont la longueur réduite est λ,

$$\frac{A}{L+\Lambda}\cdot\frac{\Lambda}{\lambda};$$

Pour la branche dont la longueur réduite est λ',

$$\frac{A}{L+\Lambda}\cdot\frac{\Lambda}{\lambda'},$$

Et pour la branche dont la longueur réduite est λ'',

$$\frac{A}{L+\Lambda}\cdot\frac{\Lambda}{\lambda''},$$

La propriété du circuit galvanique que ces formules font connaître n'avait été jusqu'ici que peu étudiée ; elle résulte moins directement que les autres des principes établis ; mais j'en ai confirmé l'existence par des expériences tout à fait décisives [1].

Influence de l'air ambiant. — État variable. — Là se termine l'étude des circuits galvaniques parvenus à l'état permanent, quand on suppose que l'atmosphère environnante ne peut exercer sur eux aucune influence, et qu'ils ne subissent pas de modification dans leur composition chimique. A mesure qu'on s'éloigne de ces conditions, la question devient de plus en plus complexe, et bientôt la méthode élémentaire d'investigation que nous avons employée jusqu'ici se trouve tout à fait en défaut. Quant aux circuits sur lesquels l'atmosphère exerce une certaine influence et dont l'état varie avec le temps, mais sans que cette variation résulte d'une action chimique, je me suis borné à les étudier seulement dans les cas les plus simples ; ces circuits, qui se distinguent de tous les autres par ce caractère, que l'intensité du courant varie d'un point à un autre, se présentent rarement dans la nature et paraissent en général offrir moins d'intérêt. Je me suis d'autant plus aisément décidé à leur consacrer peu de place, que je me propose de reprendre ultérieurement la question.

Résumé de l'appendice [2]. — Quant à la modification des

[1] *Schweigger's Jahrbuch*, 1827.

[2] L'appendice dont l'auteur donne ici le résumé est consacré à l'étude des phénomènes de décomposition chimique, qui depuis ont reçu le nom de *phénomènes d'électrolysation*. A l'époque où l'ouvrage a été publié, ces phénomènes n'étaient que fort imparfaitement connus, et comme on peut le voir dans le texte, l'auteur ne considérait lui-même son travail que comme une espèce d'ébauche qu'il se proposait de retoucher plus tard ; les nombreuses découvertes qui ont été faites depuis lors ne permettraient plus aujourd'hui d'admettre quelques-unes des hypothèses mises en avant dans l'appendice, et cette partie du mémoire n'a plus guère maintenant qu'un intérêt historique ; mais comme l'ou-

circuits galvaniques qui dépend de l'action chimique, modification qui réagit sur le courant auquel elle est due, je m'en suis occupé dans un appendice séparé. La méthode que j'ai suivie est fondée sur un très-grand nombre d'expériences, mais je ne les publie pas maintenant, parce que je n'ai pas tenu compte d'un certain nombre d'éléments qui exercent de l'influence sur les résultats obtenus, et qu'en conséquence les expériences dont je parle me paraissent susceptibles d'atteindre un bien plus haut degré de précision. Je crois nécessaire de mentionner cette circonstance, afin que la réserve continuelle avec laquelle j'expose mes idées dans l'appendice, réserve dont le respect pour la vérité me faisait un devoir, ne diminue pas outre mesure l'intérêt de ce travail.

J'ai cherché la cause des actions chimiques produites par le courant dans le mode de distribution de l'électricité qui a été décrit plus haut, et il ne me paraît guère douteux que je n'aie trouvé au moins la cause principale ; il est évident qu'un disque qui forme l'une des sections du circuit galvanique et qui obéit aux attractions et répulsions électriques, sans faire obstacle au mouvement de l'électricité, doit toujours être poussé d'un seul côté lorsque le circuit est fermé, car la tension variant graduellement d'un point à un autre, les attractions et répulsions sont différentes des deux côtés du disque, et on peut démontrer mathématiquement *que la force avec laquelle ce disque est poussé dans une direction est en raison composée de l'intensité du courant et de la tension correspondant au disque;* il est vrai que l'effet immédiat de cette force serait un simple changement de position dans l'espace ; mais si le disque est un corps composé dont les parties constituantes diffèrent les unes des autres sous le rapport de l'état électrique, conformément aux vues de l'électro-chimie, il s'ensuit que la résultante des pressions agit avec des énergies différentes sur les parties

vrage d'Ohm est une des bases sur lesquelles repose la science de l'électricité, j'ai cru qu'il convenait de l'offrir aux lecteurs tel qu'il a été écrit, sans essayer de faire disparaître les imperfections de forme ni même les erreurs qui peuvent s'y rencontrer. (*Note du traducteur.*)

constituantes, et dans la plupart des cas même les sollicite dans des directions contraires; d'après cela ces parties doivent tendre à se séparer les unes des autres; ces considérations font reconnaître dans le circuit un mode particulier d'action qui tend à modifier la nature chimique de ses parties ; j'ai appelé ce mode d'action *la force décomposante*, et j'ai tâché d'en déterminer la grandeur dans chaque cas particulier. Cette détermination est indépendante de la manière dont on peut concevoir que l'électricité est associée aux atomes des corps [1]; en admettant, ce qui paraît être le plus naturel, que l'électricité est répandue dans l'espace que les corps occupent, proportionnellement à leurs masses, l'analyse complète de la question fait voir *que la force décomposante du circuit est directement proportionnelle à l'énergie du courant, et qu'elle dépend en outre d'un coefficient variable avec la nature et les proportions des parties constituantes.* Cette force décomposante ayant partout la même intensité dans toute l'étendue d'une portion de circuit homogène, il en résulte que si elle est capable de surmonter, dans tous les cas, la force qui réunit les parties constituantes, la séparation de ces parties et leur transport dans des directions opposées ne se trouvent limitées que par des obstacles mécaniques; mais si la force qui relie les parties constituantes se trouve partout dès le principe supérieure à la force décomposante du circuit, il n'y a point de séparation des éléments constituants ; le déplacement de ces éléments s'arrête aussi lorsque, dans le courant de l'action, la force qui les relie devient supérieure à la force décomposante en quelque point seulement du circuit ; cette manière générale d'envisager la force décomposante est conforme aux expériences de Davy et des autres physiciens.

Les deux éléments constituants d'un liquide composé se distribuent dans la plupart des cas d'une façon particulière qui

[1] J'aurai bientôt occasion d'indiquer le véritable sens de cette remarque, quand j'essayerai de rattacher aux attractions et répulsions électriques ordinaires les actions réciproques des parties d'un circuit qui ont été découvertes par Ampère. (*Note de l'auteur.*)

mérite de fixer l'attention ; ce mode de distribution doit être attribué aux causes que je vais indiquer. Quand la décomposition s'opère exclusivement dans une partie limitée du circuit, que l'un des éléments est transporté vers l'une des extrémités de cette partie et l'autre élément vers l'extrémité opposée, l'action chimique se trouve naturellement limitée par cet état de choses même. Car si l'on considère une tranche quelconque prise dans la partie de circuit soumise à la décomposition, les molécules constituantes qui prédominent d'un côté de cette tranche s'opposent, en vertu de la force répulsive qui leur est inhérente, au mouvement des molécules de même espèce qui se dirigent du même côté, de sorte que la force décomposante du circuit doit triompher non-seulement de la force constante d'affinité qui réunit les deux éléments, mais encore de la réaction qu'exercent les unes sur les autres les molécules d'une même espèce ; il suit de là que l'action chimique doit s'arrêter, quand, au bout d'un temps quelconque, l'équilibre vient à s'établir entre les forces mises en jeu. J'ai pris pour point de départ cet état permanent de la partie décomposable du circuit, qui résulte d'une distribution particulière des éléments constituants, et j'ai essayé dans l'appendice d'en déterminer exactement la nature. La seule indication des causes auxquelles se rapporte le phénomène si remarquable dont nous nous occupons ici, suffit pour faire voir qu'aux extrémités de la partie du circuit où la décomposition s'opère, l'équilibre ne peut pas s'établir naturellement ; il faut que les éléments qui s'y trouvent placés soient retenus par une force mécanique, autrement ils passent dans les parties voisines du circuit, ou bien, quand les autres circonstances le permettent, ils s'en séparent tout à fait. Qui ne reconnaîtrait dans ce simple exposé tous les caractères principaux des phénomènes tels qu'ils ont été observés jusqu'à présent dans les décompositions chimiques produites par le circuit galvanique ?

Quand le courant est subitement interrompu et que l'action de la force décomposante se trouve suspendue, les éléments séparés reviennent successivement à leurs positions naturelles d'équilibre ; mais ils tendent à reprendre la disposition qu'ils ont abandonnée, quand le courant est de nouveau rétabli. Pendant que ces phénomènes se produisent, la conductibilité et la force électromotrice développée par les éléments de la partie décomposable du circuit varient naturellement, en même temps que leur nature chimique. Il en résulte nécessairement un changement progressif dans la distribution de l'électricité, et par suite une modification dans l'intensité du courant, dont la limite correspond naturellement à l'état permanent de l'action chimique. Pour déterminer avec précision ce dernier état du courant électrique, il est nécessaire de connaître la loi suivant laquelle varient les conductibilités et les forces électromotrices des divers mélanges que l'on peut former avec deux liquides différents. Les données que l'expérience nous a jusqu'à présent fournies à cet égard me paraissant insuffisantes, j'ai préféré adopter un principe hypothétique qui tiendra lieu de la véritable loi, jusqu'à ce que celle-ci ait été découverte. Au moyen de ce principe, qui n'est pas une pure fiction, j'arrive à des équations qui font connaître dans chaque cas toutes les circonstances particulières qui déterminent la distribution des éléments chimiques dans l'état permanent. Je n'ai pas cru devoir chercher à utiliser ces équations, parce qu'il m'a semblé que ce serait une peine perdue, dans l'état présent de nos connaissances expérimentales. Cependant, afin de pouvoir comparer, dans leurs traits les plus généraux, les résultats de mes recherches avec les données que l'observation a fournies jusqu'ici, j'ai traité complétement un cas particulier et j'ai reconnu que la formule représente d'une manière bien satisfaisante cette espèce d'oscillation de l'intensité, que j'ai précédemment décrite [1].

Après avoir indiqué dans cette légère esquisse le contenu de mon mémoire, je vais passer à l'étude approfondie des diverses questions qui ont été mentionnées.

[1] *Schweigger's Jahrbuch*, 1826, partie II.

CHAPITRE A.

Considérations générales sur la propagation de l'électricité.

1. Dans certaines circonstances, les corps acquièrent une propriété particulière que nous nommons *électricité ;* cette propriété se manifeste au dehors par ce caractère que les corps qui la possèdent, et que pour cette raison l'on appelle *électriques*, s'attirent ou se repoussent les uns les autres.

Pour constater d'une manière bien déterminée les variations qui surviennent dans l'état électrique d'un corps A, nous mettons dans chaque cas ce corps en rapport avec un deuxième corps mobile dont l'état électrique est invariable et que nous appelons *électroscope ;* l'action réciproque s'exerçant toujours dans les mêmes conditions, nous déterminons la force avec laquelle l'électroscope est repoussé ou attiré par le corps ; cette force est ce que nous appelons la *tension* du corps A. Pour que l'on puisse reconnaître quand elle est attractive ou répulsive, nous plaçons devant l'expression qui lui sert de mesure le signe + dans un cas, le signe — dans l'autre.

Le même corps A peut aussi servir à déterminer les tensions correspondant aux divers points d'un troisième corps. Pour cela l'on prend le corps A de très-petites dimensions, de telle manière que lorsqu'on le met en contact avec la partie du troisième corps que l'on veut explorer, on puisse, en raison de sa petitesse, le considérer comme substitué à cette partie ; alors, s'il arrive que ses tensions, mesurées de la manière que j'ai décrite, soient différentes pour les divers points touchés, elles font connaître les différences qui existent dans l'état électrique de ces points.

Le but des explications qui précèdent est de fixer d'une manière simple et précise le sens du mot *tension;* il n'entre pas dans mon plan de rechercher si la méthode indiquée est plus ou moins praticable, ni de comparer entre eux les divers procédés qui peuvent servir à la détermination des tensions.

2. On remarque que la tension peut se déplacer et passer d'un point à un autre et d'un corps à un autre, de telle manière que non-seulement elle n'est pas la même à un instant donné pour des points différents, mais qu'elle varie pour un même point avec le temps; pour déterminer de quelle manière la tension dépend et de l'instant où on la constate et du point où elle est développée, il est nécessaire d'établir les lois générales qui règlent l'échange des tensions entre les éléments d'un corps.

Ces lois fondamentales sont de deux espèces; les unes sont fournies directement par l'expérience, les autres reposent sur une hypothèse; on ne peut se refuser à admettre les premières et l'exactitude des secondes se trouve nettement établie par la concordance qui existe entre les résultats du calcul et ceux de l'observation; car, puisque le calcul représente d'une manière complétement déterminée le phénomène avec toutes ses modifications, et que la méthode ne peut ajouter aucune incertitude nouvelle à celle qui résulte de l'hypothèse, l'observation parfaitement exacte de la nature doit confirmer cette hypothèse ou la démentir d'une façon décisive; c'est en effet le principal mérite de l'analyse mathématique qu'elle conduit, par ses déductions toujours rigoureuses, à des idées générales qui provoquent sans cesse de nouvelles expériences et nous font pénétrer plus avant dans la connaissance de la nature. Lorsque la théorie d'une classe de phénomènes naturels établie sur des faits d'observation ne peut être présentée sous une forme assez précise pour qu'on lui applique le calcul, elle est imparfaite et l'on ne peut pas non plus avoir confiance dans une théorie développée sous la forme mathématique, quand elle n'est pas suffisamment confirmée par l'expérience; tant que l'on n'a pas observé avec le plus grand soin et dans tous leurs détails une partie au moins des effets d'une force naturelle, l'analyse appliquée à l'étude de cette force ne repose que sur une base incertaine, puisqu'il n'y a pas de pierre de touche pour contrôler les hypothèses que l'on prend pour points de départ ; mieux vaudrait attendre un temps plus convenable pour recourir à l'emploi du calcul ; mais lorsqu'on peut s'en servir, l'expérience de tous les temps prouve qu'il enrichit, au moins indirectement, de nouveaux phénomènes naturels, le champ où il est mis en œuvre. J'ai cru nécessaire de mettre en avant ces remarques générales, non-seulement parce qu'elles jettent de la lumière sur ce qui va suivre, mais aussi pour expliquer comment l'analyse mathématique n'a pas été depuis longtemps déjà appliquée avec plus de succès aux phénomènes galvaniques, bien qu'elle ait été introduite avec avantage dans une autre branche de la physique, en apparence moins bien préparée à la recevoir.

Après ces réflexions préliminaires, nous allons procéder à l'établissement des lois fondamentales elles-mêmes.

3. Quand deux éléments électriques E et E', d'égale grandeur et de même forme, semblablement placés l'un par rapport à l'autre, mais doués de tensions inégales, sont situés à une distance convenable l'un de l'autre, ils manifestent une tendance mutuelle vers l'état d'équilibre ; ils vont continuellement en se rapprochant de la moyenne de leurs tensions, jusqu'à ce qu'ils l'aient atteinte, c'est-à-dire que l'état électrique des deux éléments se modifie aussi longtemps qu'il existe une différence entre leurs tensions, et que cet état devient invariable quand les deux éléments sont arrivés à la même tension ; par conséquent, la variation de l'état électrique et la différence des tensions sont deux quantités liées entre elles de telle manière qu'elles disparaissent en même temps ; maintenant nous admettons que la variation de tension que les deux éléments subissent dans un instant extrêmement court est proportionnelle à la différence des tensions actuelles des éléments et à la grandeur du temps écoulé ; et sans rechercher s'il existe effectivement deux sortes d'électricité,

nous convenons de considérer comme des grandeurs de sens contraires les tensions que nous affectons des signes + et — ; quand nous supposons que la variation de tension est exactement proportionnelle à la différence des tensions des deux éléments, nous faisons une hypothèse mathématique ; mais cette hypothèse, la plus naturelle et la plus simple qu'on puisse imaginer, est la seule à laquelle nous ayons recours ; toutes les autres données seront fournies par l'expérience ; le mouvement de l'électricité s'effectue dans la plupart des corps avec une telle rapidité, qu'il est rarement possible de déterminer les variations de tension qui se produisent d'un point à un autre, et par conséquent nous ne sommes pas en état de découvrir, par l'observation directe, la loi suivant laquelle ces variations s'effectuent ; les phénomènes galvaniques dans lesquels la distribution des tensions est constante sont donc d'une importance très-grande pour la vérification de notre hypothèse ; car si les conclusions tirées de la supposition que nous avons mise en avant sont pleinement confirmées par ces phénomènes, cette supposition devra être considérée comme exacte et pourra servir, sans autre examen, de base à toutes les recherches analogues, autant du moins qu'on se tiendra dans les mêmes limites de tension.

Nous avons admis, conformément à toutes les observations faites jusqu'ici, que lorsque deux éléments qui ont les mêmes formes extérieures réagissent l'un sur l'autre, de manière à modifier réciproquement leur état électrique, l'un perd en tension précisément autant que l'autre gagne, aussi bien lorsque les deux éléments sont de nature différente que lorsqu'ils sont de même nature ; si l'expérience venait à démontrer plus tard que les corps possèdent une propriété analogue à celle que, dans la théorie de la chaleur, on appelle *capacité*, la loi que nous avons établie devrait subir une légère modification, que nous indiquerons à l'endroit convenable.

4. Lorsque les deux éléments E et E′ ne sont pas de même grandeur, il est permis de les regarder comme des sommes formées de parties égales. Admettons que l'élément E soit composé de m parties parfaitement égales entre elles, et l'élément E' de m' parties exactement égales aux premières; imaginons en outre que les éléments E et E' aient des dimensions excessivement petites, en comparaison de leur distance mutuelle; toutes les distances mesurées d'une partie quelconque de E à une partie quelconque de E' seront égales entre elles, la somme des actions de toutes les m' parties de l'élément E' sur une partie de E' sera m' fois plus grande que l'action exercée par une seule partie de E', et la somme de toutes les actions de l'élément E' sur les m parties de E sera mm' fois plus grande que l'action d'une partie de E' sur une partie de E. D'après cela il est évident que l'expression qui représente l'action mutuelle de deux éléments dissemblables doit être proportionnelle, non-seulement à la différence des tensions et au temps écoulé, mais aussi au produit des volumes relatifs des éléments; à l'avenir, nous désignerons par un nom particulier la somme des tensions rapportée à la grandeur des éléments (ce n'est pas autre chose que le produit de la tension par la grandeur de l'espace sur lequel l'électricité se trouve répandue, quand la tension est partout uniformément répartie). Pour désigner cette grandeur, nous nous servirons de l'expression *quantité d'électricité*, sans pour cela nous prononcer en rien sur la nature matérielle de l'électricité; cette dernière observation est applicable à toutes les expressions figurées dont nous faisons usage et sans lesquelles notre langue ne pourrait exister, peut-être pour de bonnes raisons.

Dans les cas où les dimensions des éléments ne peuvent pas être regardées comme négligeables par rapport à leurs distances relatives, il faut substituer au produit des volumes des deux éléments une fonction de leurs dimensions et de leur moyenne distance qui devra être déterminée dans chaque cas particulier, et que nous désignerons, quand nous en ferons usage, par la lettre F.

5. Jusqu'ici nous n'avons pas pris en considération l'influence de la distance mutuelle des éléments qui réagissent l'un sur l'autre de manière à amener l'état d'équilibre, parce

que jusqu'à présent nous n'avons considéré que des éléments dont la distance relative était toujours la même ; maintenant se présente la question de savoir si l'échange d'électricité se produit exclusivement entre les éléments contigus, ou s'il peut s'établir entre des éléments placés à une plus grande distance, et comment, dans l'une et l'autre supposition, la grandeur du flux varie avec la distance ; dans tous les cas où des actions moléculaires, agissant à de très-petites distances, sont mises en jeu, l'on a coutume de les envisager d'une manière particulière qui a été imaginée par Laplace ; on admet qu'une action directe s'établit même à des distances finies entre deux éléments, qui se trouvent séparés par d'autres éléments intermédiaires, mais on suppose que cette action décroît avec une telle rapidité qu'elle devient assez petite pour être négligée, dès que la distance est appréciable. Laplace a été conduit à admettre cette hypothèse, parce que, quand on suppose que l'action directe s'exerce exclusivement entre les éléments contigus, les différentielles des variables ne sont pas de même ordre dans les deux membres des équations obtenues et que ce défaut d'homogénéité est en opposition avec l'esprit du calcul différentiel [1] ; cette hétérogénéité, en apparence inévi-

[1] Poisson, dans son mémoire sur la distribution de la chaleur (*Journal de l'Ecole polytechnique*, cahier XIX), s'exprime ainsi à ce sujet : « Si l'on partage une barre par des sections perpendiculaires à l'axe en une infinité d'éléments infiniment petits, et que l'on considère l'action mutuelle de trois éléments consécutifs, c'est-à-dire la quantité de chaleur que l'élément intermédiaire communique et enlève à chaque instant aux deux autres, en raison de l'excès positif ou négatif de sa température sur celle de chacun d'eux, on en conclura facilement l'augmentation de température de cet élément pendant un instant infiniment petit ; égalant donc cette quantité à la différentielle de sa température prise par rapport au temps, on formerait l'équation du mouvement de la chaleur suivant la longueur de la barre ; mais en examinant plus attentivement la question, on reconnaît sans peine que cette équation serait fondée sur la comparaison de deux quantités infiniment petites non homogènes, ou de différents ordres, ce qui serait contraire aux premiers principes du calcul différentiel. On ne peut faire disparaître cette difficulté qu'en supposant, ainsi que M. Laplace l'a remarqué le premier (*Mémoires de la*

table entre les deux membres d'une équation différentielle, qui cependant doivent être nécessairement égaux l'un à l'autre, est trop remarquable pour ne pas attirer l'attention de ceux pour qui de telles recherches ont du prix ; je vais donc essayer de donner une explication de cette énigme, qui ne sera point déplacée ici, puisqu'elle aura l'avantage de rendre plus simples et plus concises les considérations subséquentes ; nous prendrons pour exemple la propagation de l'électricité, il ne sera pas difficile d'appliquer à toute autre question analogue les résultats obtenus, comme nous aurons occasion de le faire voir sur un autre exemple.

6. Avant tout, il est nécessaire de définir exactement ce qu'il faut entendre par *conductibilité ;* la conductibilité établie entre deux points est une grandeur proportionnelle au produit que l'on obtient en multipliant la quantité d'électricité transmise en un certain temps d'un point à l'autre par la distance qui sépare les deux points ; si, au lieu de points, on considère des espaces ayant des dimensions finies, alors il faut entendre que leur distance est la ligne qui joint leurs centres de figures ; si nous appliquons cette notion à deux éléments électriques E et E', et que nous appelions s la distance mutuelle de leurs centres, q la quantité d'électricité qui, dans des circonstances bien déterminées et invariables, est transportée d'un élément à l'autre, et k la conductibilité établie entre les deux éléments, nous aurons

$$k = q . s.$$

Maintenant nous allons tâcher de déterminer d'une manière plus précise la quantité d'électricité désignée par q ; conformément au paragraphe 4, la quantité d'électricité qui, dans un temps excessivement court, est transportée d'un élément à l'autre est, pour une distance invariable des éléments, pro-

première classe de l'Institut, année 1809), que l'action de chaque élément de la barre s'étend au delà du contact, et qu'elle s'exerce sur tous les éléments compris dans une étendue finie, aussi petite que l'on voudra. »

portionnelle à la différence de leurs tensions, au temps écoulé et au volume de chacun des deux éléments; en conséquence, si nous désignons par u et u' les tensions des deux éléments E et E', et par m, m' les espaces qu'ils occupent, nous aurons pour la quantité d'électricité transportée de E' à E dans l'élément du temps dt l'expression suivante :

$$\alpha mm' (u' - u) \, dt,$$

dans laquelle α représente un coefficient dépendant en une certaine mesure de la distance s. Cette quantité varie continuellement quand $u' - u$ est variable ; mais elle ne dépend plus que de la grandeur de l'instant dt quand on suppose que les tensions u' et u restent toujours constantes; l'expression obtenue peut donc s'appliquer à l'unité de temps, et quand on admet que la différence constante des tensions $u' - u$ est égale à l'unité de tension, cette expression devient :

$$\alpha \, m \, m'.$$

Cette quantité d'électricité est constante dans des circonstances déterminées, pour les deux éléments E et E' dont la position est invariable, et pour cette raison elle peut servir à déterminer la conductibilité, comme nous l'avons indiqué tout à l'heure ; car si nous appelons q la quantité d'électricité qui est transmise dans l'unité de temps, de E' à E, quand la différence constante des tensions est égale à l'unité de tension, nous avons

$$q = \alpha mm',$$

et par conséquent

$$k = \alpha m m' s.$$

Si nous tirons de cette dernière équation la valeur de $\alpha m m'$ et que nous la substituions dans l'expression

$$\alpha m m' (u' - u) \, dt,$$

la quantité variable d'électricité qui passe dans un instant dt de l'élément E' à l'élément E sera représentée par

$$\frac{k\,(u' - u)\,dt}{s}. \qquad (♂)$$

On verra bientôt que, lorsqu'on emploie cette expression, on obtient une équation différentielle dont les deux membres ne présentent pas le défaut d'homogénéité dont il a été question plus haut.

7. Les raisonnements qui précèdent reposent sur cette supposition, que l'action exercée par un élément sur un autre élément est proportionnelle au produit des volumes des deux éléments; cette supposition, comme on l'a déjà fait remarquer dans le paragraphe 4, n'est plus admissible quand il s'agit de l'action mutuelle d'éléments situés à des distances infiniment petites; pour qu'elle fût vraie dans ce cas, il faudrait établir une relation déterminée entre la grandeur des éléments et leur distance mutuelle, ou assigner aux éléments une forme particulière. L'expression que nous avons trouvée plus haut (♂) pour représenter la quantité variable d'électricité qui passe d'un élément à un autre, présente cet avantage important qu'elle est tout à fait indépendante de la supposition dont il s'agit; quelle que soit la fonction que, dans chaque cas déterminé, on substitue au produit mm', l'expression (♂) reste toujours la même; ce qu'il y a de particulier à chaque cas se trouve exclusivement représenté par le pouvoir conducteur k; si par exemple nous désignons par la lettre F, comme nous l'avons indiqué au paragraphe 4, la fonction des dimensions et de la moyenne distance des éléments qui convient à un cas donné, l'expression

$$\alpha\, mm'\,(u' - u)\,dt$$

prend la forme

$$\mathrm{F}\,(u' - u)\,dt,$$

mais en même temps l'équation

$$k = \alpha mm's$$

se change en cette autre :

$$k = \mathrm{F}.s, \qquad (\odot) ;$$

de sorte que si nous prenons dans cette dernière équation la valeur de F, et que nous la portions dans l'expression qui précède, nous aurons toujours pour représenter la quantité d'électricité transmise d'un élément à l'autre :

$$\frac{k(u'-u)\,dt}{s}.$$

C'est aussi une circonstance importante, que l'expression (♂) peut s'appliquer à des éléments dont les dimensions ne sont pas infiniment petites, pourvu que ces éléments aient la même tension dans tous leurs points ; on voit combien les considérations qui précèdent se lient intimement à l'esprit du calcul différentiel ; car la condition exigée par cette méthode de calcul, pour qu'une quantité puisse être considérée comme un élément, c'est précisément que toutes ses parties soient homogènes sous le rapport de la propriété soumise au calcul.

Si l'on établit une comparaison plus approfondie entre la méthode due à Laplace et celle que nous proposons ici, l'on peut faire quelques observations qui ne sont pas sans intérêt ; si l'on remarque, par exemple, que toutes les relations établies pour des masses infiniment petites, placées à des distances infiniment petites, doivent subsister pour des masses finies et placées à des distances finies, on ne voit pas au premier coup d'œil comment la méthode de l'immortel Laplace a pu donner des résultats exacts ; car ce savant, dont les travaux ont jeté tant de lumière sur la nature des actions moléculaires, admet que les éléments doivent toujours été traités comme s'ils étaient placés à des distances finies ; mais quand on examine sa méthode avec plus d'attention, on reconnaît qu'au fond il procède autrement qu'il ne l'indique; en effet, quand il s'agit de déterminer les variations que subit un élément sous l'influence de tous les éléments environnants, Laplace admet que les puissances supérieures de la distance sont négligeables, par rapport aux premières puissances; il suppose ainsi, ce qui est tout à fait dans l'esprit du calcul différentiel, que la distance à laquelle l'action s'exerce est infiniment petite, mais il l'appelle finie et la traite comme telle; on voit qu'au fond il traite comme des quantités finies des éléments infiniment petits, placés à des distances infiniment petites; quand on laisserait de côté les avantages que notre manière de représenter les actions moléculaires présente, sous le rapport de la précision et de la clarté, peut-être pourrait-on faire valoir un autre motif pour la préférer à la méthode de Laplace; c'est que cette dernière méthode ne tient pas le moindre compte des propriétés particulières qui peuvent appartenir aux éléments réels des corps; elle n'envisage que des éléments d'espace imaginaire, de telle sorte qu'on perd presque complétement de vue la nature physique des corps; un exemple éclaircira notre pensée : nous pouvons sans aucun doute concevoir qu'il existe dans la nature des corps, formés d'éléments homogènes, dont les positions relatives ne soient pas les mêmes dans une direction que dans une autre; notre manière d'envisager les actions moléculaires fait voir sur-le-champ que de tels corps ne conduiraient pas l'électricité de la même manière dans une direction que dans une autre, bien qu'ils pussent être en apparence homogènes et de densité uniforme; si un pareil cas se présentait, il faudrait, suivant la marche de Laplace, recourir à des considérations prises en dehors de la méthode générale; réciproquement, la manière dont les corps conduisent nous fournira le moyen de découvrir leur structure intérieure, ce que nous ne pourrions faire directement, attendu que sur ce sujet nous sommes dans une ignorance à peu près complète; enfin nous pouvons ajouter que notre manière d'envisager les actions moléculaires résume en elle les vues de Laplace et celles de Fourier dans sa théorie de la chaleur, et qu'elle concilie en quelque sorte les unes avec les autres.

8. Nous ne devons plus maintenant hésiter à admettre que l'action électrique d'un élément ne s'étend pas au delà des éléments qui l'entourent immédiatement, de sorte que cette action devient nulle pour toute distance finie, quelque petite qu'elle soit; à la vérité, quand on considère la vitesse presque infinie avec laquelle l'électricité traverse un grand nombre de corps, on peut trouver étrange que l'action électrique s'exerce dans des limites aussi restreintes; mais en admettant ce dernier fait, nous n'avons pas perdu de vue que, dans des cas semblables, notre comparaison ne s'établit qu'au moyen d'une mesure idéale qui est trompeuse; elle ne nous autorise pas à modifier une loi simple et complète, tant que ses conséquences ne se trouvent pas en opposition avec la nature, ce qui ne paraît pas devoir arriver dans la question dont nous nous occupons.

La sphère d'activité que nous assignons à l'action électrique, tout infiniment petite qu'elle est, a justement la même étendue que celle qui a été admise par Laplace et qu'il appelle finie, quand il néglige les puissances supérieures de la distance pour ne conserver que les puissances inférieures; nous avons déjà expliqué cela plus haut; la supposition d'une action s'exerçant à une distance finie correspondrait, suivant nous, au cas où Laplace conserve les puissances supérieures de la distance en même temps que les puissances inférieures [1].

9. Les corps sur lesquels nous observons les phénomènes électriques sont dans la plupart des cas enveloppés par l'atmosphère; il est donc indispensable, pour étudier à fond la question tout entière, de tenir compte des actions qui peuvent être exercées par l'air environnant. D'après les expériences que Coulomb nous a laissées sur la diffusion de

[1] Voir l'observation qui termine la préface du traducteur.

l'électricité dans l'air ambiant, la perte qui résulte de l'action de l'air, dans un temps déterminé et très-court, est proportionnelle à la tension de l'électricité, du moins quand cette tension n'est pas très-considérable, et dépend en outre d'un coefficient qui varie avec l'état actuel de l'air, mais qui est constant pour un même état de l'air. La connaissance de cette loi nous permet de faire entrer dans le calcul l'influence de l'atmosphère sur les phénomènes galvaniques, quand cela peut être nécessaire; toutefois, il ne faut pas perdre de vue que les expériences de Coulomb ont été exécutées sur de l'électricité arrivée à l'état d'équilibre, et qui n'était plus en voie de développement ; l'expérience et le calcul nous ont démontré que l'électricité dans cet état se tient exclusivement à la surface des corps, ou du moins ne pénètre dans leur intérieur qu'à une très-petite profondeur ; on peut tirer de là une conclusion qui a une certaine importance par rapport à notre sujet, c'est que, dans les circonstances où s'est placé Coulomb, la totalité de l'électricité présente est directement soumise à l'action de l'atmosphère. Si nous rapprochons de cette observation la loi qui a été énoncée plus haut, loi d'après laquelle deux éléments cessent d'agir l'un sur l'autre, dès qu'ils sont placés à une distance finie, nous en pourrons tirer la conclusion suivante : Quand l'électricité est répandue uniformément dans toute la masse d'un corps de dimensions finies, ou tout au moins que la quantité qui réside près de la surface n'est qu'une petite partie de la quantité totale, et c'est le cas qui se présente généralement quand l'électricité est en mouvement, la perte occasionnée par l'air environnant est extrêmement faible, comparativement à celle qui se produit quand toute l'électricité se trouve accumulée près de la surface, comme cela arrive toujours quand l'état d'équilibre s'est établi. D'après cela l'atmosphère n'exerce pas d'influence sensible sur les phénomènes galvaniques qui se produisent dans un circuit fermé, quand celui-ci se compose de corps bons conducteurs ; on peut donc, dans ce cas, négliger les modifications produites par la présence de l'air dans les phénomènes d'électricité galvanique; cette conclusion se trouve encore justifiée par cette remarque, que, dans le cas dont il s'agit, l'électricité qui constitue le courant ne reste dans les conducteurs que pendant un temps extrêmement court; pour cette seule raison l'air ne pourrait lui faire subir qu'une perte très-légère, quand même elle serait en contact immédiat avec lui.

D'après ce qui vient d'être dit, il est hors de doute que l'action de l'air n'a pas d'influence sensible sur les effets qui se produisent dans les circuits galvaniques ordinaires; mais on n'a pas du tout le droit d'en conclure que réciproquement les conducteurs galvaniques n'exercent pas d'influence appréciable sur l'état électrique de l'air; car l'action électroscopique d'un corps sur un autre n'a pas, comme le calcul le fait voir, de relation directe avec la quantité d'électricité qui est transportée de l'un à l'autre.

10. Nous arrivons enfin à un principe établi par l'expérience, qui est de la plus haute importance pour toute la philosophie naturelle; il sert de base à tous les phénomènes que nous désignons par le nom de *phénomènes galvaniques*, et peut être formulé ainsi : Deux corps différents qui se touchent présentent toujours au point de contact des tensions qui ont entre elles une différence constante; cette propriété, inhérente à la nature des corps, est habituellement désignée par le nom de *force électromotrice*. Sous cet énoncé très-simple se trouve exprimée avec toute sa généralité une loi à laquelle on se trouve presque toujours ramené par chaque phénomène particulier que l'on observe; cette loi est adoptée dans toute sa généralité, soit tacitement, soit en termes exprès, par tous les physiciens, lorsqu'il s'agit d'expliquer les phénomènes électroscopiques de la pile de Volta. D'après les idées que nous avons précédemment développées relativement à la manière dont les éléments agissent les uns sur les autres, l'on doit chercher l'origine du phénomène qui nous occupe dans les éléments qui sont en contact immédiat, et par conséquent il faut admettre que le changement brusque de tension qui se produit quand on passe d'un corps à l'autre, s'effectue dans un espace infiniment petit.

11. Cela établi, nous allons maintenant aborder le fond du sujet et considérer d'abord le mouvement de l'électricité dans un corps homogène, cylindrique ou prismatique, en admettant que tous les points d'une section quelconque perpendiculaire à l'axe possèdent au même instant des tensions égales et que, par conséquent, le mouvement de l'électricité ne peut s'établir que dans la direction de l'axe ; si nous imaginons que le corps ait été divisé en une série de tranches infiniment minces, par des sections dirigées de telle manière que la tension ne varie pas sensiblement dans l'étendue de chaque tranche, alors il est évident que l'expression (♂) trouvée dans le paragraphe 6 pourra s'appliquer à deux tranches contiguës et servir à déterminer la quantité d'électricité qui passe de l'une à l'autre ; mais comme nous avons établi, dans le paragraphe précédent, qu'il n'y a d'action exercée que pour des distances infiniment petites, la nature de l'expression se trouve modifiée par cette condition, de telle sorte qu'elle s'évanouit dès que le diviseur cesse d'être infiniment petit.

Prenons pour origine des abscisses l'une quelconque des sections en nombre infini, que nous supposons pratiquées dans le corps, et considérons une seconde section séparée de la première par une distance que nous appellerons x; dx représentera l'épaisseur de la tranche qui est située à la distance x, et que nous désignerons par M ; admettons que cette épaisseur soit la même pour toutes les tranches et appelons u la tension qui existe au bout du temps t dans le disque M, dont l'abscisse est x, u sera en général une fonction de t et de x; supposons que u' et u_1 représentent les valeurs que prend cette fonction u quand on substitue $x + dx$ et $x - dx$ à la place de x ; u' et u_1 représenteront les tensions des disques situés à droite et à gauche du disque M ; nous appellerons M' le disque correspondant à l'abscisse $x + dx$ et M_1 le disque correspondant à $x - dx$; il est évident que la distance du centre de chacun des disques M' et M_1 au centre du disque M sera dx, et par conséquent, d'après l'expression (σ') du paragraphe 6, si k représente la conductibilité propre aux disques M' et M,

$$\frac{k(u'-u)\,dt}{dx}$$

exprimera la quantité d'électricité qui passe dans l'intervalle de temps dt du disque M' au disque M, ou du second au premier, suivant que $(u'-u)$ est positif ou négatif; de même, si nous admettons que la conductibilité soit également k pour les disques M_1 et M,

$$\frac{k(u_1-u)\,dt}{dx}$$

représentera la quantité d'électricité qui passe de M_1 à M ou de M à M_1, suivant que l'expression est positive ou négative; par conséquent, la quantité d'électricité appartenant au disque M éprouve, par suite du mouvement établi dans l'intérieur du corps, dans l'élément du temps dt, une variation totale exprimée par

$$\frac{k(u'+u_1-2u)\,dt}{dx};$$

suivant que cette expression est positive ou négative, la quantité d'électricité augmente ou diminue.

Mais d'après le théorème de Taylor,

$$u'=u+\frac{du}{dx}\cdot dx+\frac{d^2u}{dx^2}\,\frac{dx^2}{2}+\ldots$$

et de même

$$u_1=u-\frac{du}{dx}dx+\frac{d^2u}{dx^2}\cdot\frac{dx^2}{2}-\ldots\ldots$$

par conséquent

$$u'+u_1=2u+\frac{d^2u}{dx^2}dx^2;$$

d'après cela, l'expression que nous venons de trouver pour la variation totale de la quantité d'électricité appartenant au disque M, dans le temps dt, devient

$$k \cdot \frac{d^2u}{dx^2}\, dx\, dt\,;$$

k représente la conductibilité qui appartient à deux disques adjacents, et nous supposons cette conductibilité constante dans toute la longueur du conducteur homogène que nous considérons; l'on doit remarquer ici que, l'action s'exerçant uniquement à des distances infiniment petites, la valeur désignée par k est proportionnelle à la section du corps prismatique ou cylindrique ; par conséquent, si nous représentons par ω l'aire de cette section, que nous fassions sortir ce facteur de la quantité k et que nous continuions à appeler encore k le facteur restant, alors l'expression que nous venons d'obtenir deviendra

$$k\omega \frac{d^2u}{dx^2}\, dx \,.\, dt.$$

k représente maintenant la conductibilité du corps, abstraction faite de la grandeur de la section; c'est ce que nous appellerons la conductibilité *absolue* du corps, par opposition à la conductibilité que nous avons envisagée d'abord et que l'on peut appeler *relative ;* dorénavant, toutes les fois que nous nous servirons du mot de *conductibilité* sans autre désignation, il s'agira de la conductibilité absolue.

Jusqu'ici nous n'avons pas pris en considération l'action que l'atmosphère environnante exerce sur le disque ; son influence est facile à déterminer ; désignons par c le périmètre du disque correspondant à l'abscisse x; cdx représentera la portion de sa surface qui se trouve soumise à l'action de l'air ; par conséquent, d'après les expériences de Coulomb, mentionnées au paragraphe 9,

$$bcu\, dx\, dt$$

représentera la variation qu'éprouve dans le temps dt la quantité d'électricité appartenant au disque M, par suite de la diffusion qui s'opère dans l'air; nous désignons par b un coefficient qui dépend de l'état actuel de l'atmosphère, mais qui ne varie pas pour un même état de l'air; l'expression ci-dessus indique un accroissement ou un décroissement, suivant que u est positif ou négatif. Mais, d'après la supposition admise, l'action de l'air ne doit pas produire d'inégalité entre les tensions correspondant aux divers points d'une même section, ou du moins, s'il existe quelque inégalité, elle doit être assez légère pour que les autres quantités n'en reçoivent pas d'altération sensible; on peut presque toujours supposer cette condition remplie dans le cas du circuit galvanique.

D'après ce qui précède, la variation totale que subit dans l'élément du temps dt la quantité d'électricité contenue dans le disque M est représentée par

$$k\omega \frac{d^2u}{dx_2}\, dx\, dt - b\, c\, u\, dx\, dt\,;$$

cette expression comprend la variation qui résulte du mouvement de l'électricité dans l'intérieur du corps et celle qui provient de l'action de l'air environnant.

Mais la variation totale qu'éprouve dans l'élément du temps dt la tension u du disque M est

$$\frac{du}{dt}\, dt\,;$$

par conséquent, la variation totale qu'éprouve dans le temps dt la quantité d'électricité appartenant au disque est

$$\omega \frac{du}{dt}\, dx\, dt,$$

quand, toutefois, on admet que des changements égaux de tension correspondent toujours à des variations égales de quantité. Si l'expérience venait à démontrer qu'une même quantité d'électricité fait éprouver à des corps différents de même volume des changements de tension différents, alors il faudrait encore introduire dans l'expression précédente un coefficient γ relatif à cette propriété des divers corps; jusqu'à présent l'expérience n'a pas prononcé relativement à cette propriété dont on est conduit à soupçonner l'existence par la manière dont se comporte la chaleur.

Maintenant, si nous égalons les deux expressions obtenues pour la variation totale que subit dans l'élément du temps dt la quantité d'électricité contenue dans le disque M, et que nous divisions les deux membres de l'équation par $\omega\, dx\, dt$, nous aurons

$$\gamma \frac{du}{dt} = k \frac{d^2u}{dx^2} - \frac{bc}{\omega} u'. \qquad (a)$$ [1]

Au moyen de cette équation, on peut déterminer la tension u en fonction de x et de t.

12. Nous avons trouvé dans le paragraphe précédent que le flux d'électricité qui se propage dans le temps dt entre les disques M' et M est représenté par

$$\frac{k\,(u' - u)\, dt}{dx}$$

et nous avons vu que la direction du mouvement est opposée à celle des abscisses croissantes, quand l'expression est positive; qu'il marche dans le même sens que les abscisses, quand l'expression est négative. De même la grandeur du flux entre les disques M_1 et M est exprimée par

$$-\frac{k\,(u_1 - u)\, dt}{dx},$$

en supposant que le sens du mouvement soit déterminé de la même manière que tout à l'heure.

Si nous substituons, dans ces deux expressions, à la place de u_1 et de u' les valeurs transformées que nous avons obtenues dans le même paragraphe, et qu'en même temps nous mettions $k\omega$ à la place de k, c'est-à-dire la conductibilité absolue à la

[1] Voir la note A à la suite du mémoire.

place de la conductibilité relative, nous aurons, dans un cas comme dans l'autre,

$$k\omega \frac{du}{dx}\, dt.$$

Il resulte de là que la quantité d'électricité qui pénètre par une des faces du disque dans l'élément du temps dt est précisément égale à celle qui sort dans le même temps par la face opposée ; si nous supposons que le flux qui traverse, au bout du temps t, le disque correspondant à l'abscisse, x, devienne invariable, que nous appelions *courant électrique* la valeur qu'il acquiert dans l'unité de temps, et que nous représentions par S la grandeur de ce courant, nous aurons alors

$$S = k\omega \frac{du}{dx} \qquad (b).$$

Dans cette équation, les valeurs positives de S indiquent que le courant marche dans une direction opposée à celle des abscisses croissantes; les valeurs négatives indiquent qu'il marche dans le sens des abscisses.

13. Dans les deux paragraphes précédents, nous avons toujours considéré un corps homogène prismatique, et nous avons recherché comment l'électricité se propage dans un tel corps, en admettant que la tension soit toujours la même en un instant donné, dans toute l'étendue de chaque section pratiquée perpendiculairement à la longueur ou à l'axe du corps ; nous allons maintenant examiner le cas où deux corps prismatiques A et B soumis à la même condition, mais formés de substances différentes, sont placés l'un près de l'autre et se touchent suivant une commune surface de base. Supposons que l'origine des abscisses soit la même pour A et pour B, et désignons par u la tension de A, par u' celle de B ; u et u' seront déterminés par l'équation (a) du paragraphe 11 ; seulement il faudra, dans chaque cas, attribuer à k la valeur correspondant à la nature particulière du corps que l'on considérera ; u représente une fonction de t et de x, qui n'est applicable qu'autant que l'abscisse x se rapporte à un point du corps A ; u' représente une semblable fonction de t et de x qui n'est applicable qu'autant que l'abscisse x appartient à un point du corps B ; mais il y a encore d'autres conditions relatives à la surface de contact que nous allons maintenant exposer. Pour désigner les valeurs particulières que prennent les fonctions u et u', quand il s'agit des points de la commune surface, nous enfermerons entre des parenthèses les lettres qui les représentent; alors, d'après la loi qui a été établie dans le paragraphe 10, nous aurons entre les valeurs particulières dont il s'agit la relation

$$(u) - (u') = a,$$

dans laquelle a représente une constante dépendant de la nature des deux corps; indépendamment de cette condition qui est relative à la tension, il y en a une seconde qui se rapporte au courant; elle consiste en ceci, que, dans le voisinage immédiat de la surface de contact, le courant électrique doit avoir la même intensité et la même direction dans les deux corps ; quand on conserve le facteur commun ω, cette condition se trouve exprimée par l'équation

$$k\omega \left(\frac{du}{dx}\right) = k'\omega \left(\frac{du'}{dx}\right) ;$$

k représente la conductibilité absolue du corps A, k' celle du corps B ; nous désignons par $\left(\frac{du}{dx}\right)$ et $\left(\frac{du'}{dx}\right)$ les valeurs particulières que prennent les fonctions $\frac{du}{dx}$ et $\frac{du'}{dx}$ quand elles se rapportent aux points qui touchent la base commune, et qu'on ne suppose pas d'ailleurs l'origine des abscisses placée dans cette base commune. Il est aisé de comprendre la nécessité de cette dernière condition ; car si les deux courants n'étaient pas égaux près de la surface de contact ; que l'un des corps lui apportât plus d'électricité qu'elle n'en cède à l'autre, et que la différence fût une fraction finie du courant total, alors la tension devrait augmenter dans l'étendue de la surface commune, et comme le courant fournit des quantités prodigieuses d'électricité, la tension prendrait dans un temps extrêmement court une valeur excessivement élevée, ce que l'expérience n'eût pas manqué de constater depuis longtemps; on ne peut pas supposer non plus que la quantité d'électricité apportée par l'un des corps à la commune surface soit plus petite que la quantité enlevée par l'autre corps, car cette circonstance se manifesterait par une tension négative infinie.

Il n'est pas indispensable, pour l'exactitude des raisonnements qui précèdent, que les deux corps mis en contact aient la même base ; la section de l'un des corps prismatiques peut différer, pour la forme et pour la grandeur, de la section de l'autre corps, pourvu qu'il n'en résulte pas une différence sensible entre les tensions correspondant aux divers points d'une même section, et vu la grande énergie avec laquelle l'électricité tend à se mettre en équilibre, cette condition se trouve toujours remplie quand les corps sont de bons conducteurs et que leur longueur dépasse de beaucoup leurs autres dimensions. Dans ce cas il n'y a rien à changer à ce qui a été établi plus haut; seulement il faut partout distinguer la section du corps B de celle de A ; en conséquence, la seconde des équations de condition qui se rapportent à la surface de contact des deux corps devient

$$k\omega\left(\frac{du}{dx}\right) = k'\omega'\left(\frac{du'}{dx}\right)\ ;$$

ω représente toujours la section de A, et ω' représente celle de B, qui maintenant diffère de la première.

On peut même supposer qu'il existe dans le prolongement de A deux corps prismatiques B et C, séparés l'un de l'autre, qui tous deux soient en contact immédiat avec la base du corps A. Dans ce cas, si les quantités représentées pour le corps A par k, ω, u sont représentées pour le corps B par k', ω', u' et pour le corps C par K'', ω'', u'', la première des équations de condition trouvées plus haut sera remplacée par les deux suivantes :

$$(u) - (u') = a,$$

$$(u) - (u'') = a',$$

dans lesquelles a représente la force électromotrice développée au contact des corps A et B, a' la force électromotrice produite par le contact des corps A et C; et de même la seconde des équations de condition établies ci-dessus deviendra

$$k\omega \left(\frac{du}{dx}\right) = k'\omega' \left(\frac{du'}{dx}\right) + k''\omega'' \left(\frac{du''}{dx}\right).$$

On voit tout de suite comment ces équations devraient se modifier, si l'on associait encore un plus grand nombre de corps ; nous n'insisterons pas davantage sur ces complications ; ce qui a été dit permet d'apprécier suffisamment les modifications qu'en pareil cas il faudrait faire subir aux équations.

14. Pour prévenir toute méprise, je vais, en terminant ces considérations générales, indiquer d'une manière précise les limites entre lesquelles nos formules peuvent être appliquées dans toute leur généralité. Nous nous sommes bornés à considérer le cas où tous les points d'une même section possèdent une tension uniforme, et où la grandeur de la section varie d'un corps à l'autre seulement. Souvent la nature de la question comporte des circonstances qui rendent superflues l'une ou l'autre de ces conditions, ou du moins en diminuent l'importance ; comme il n'est pas sans utilité de connaître ces circonstances, je vais, sur un exemple, expliquer comment agissent les plus importantes d'entre elles.

Les formules ci-dessus sont parfaitement applicables à un circuit composé de cuivre, de zinc et d'un liquide aqueux, quand le cuivre et le zinc sont des prismes de même section, que le liquide a également la forme d'un prisme de section égale ou plus petite, et que ses surfaces de base sont partout en contact avec les métaux ; il suffit même que les dernières conditions relatives au liquide soient remplies; les métaux peuvent avoir ou n'avoir pas des sections égales, se toucher l'un l'autre dans toute l'étendue de leurs sections ou seulement par quelques points, leur forme peut même s'écarter considérablement de la forme prismatique sans que le circuit cesse d'être soumis aux lois déduites de nos formules; car le mouvement de l'électricité, qui se propage avec tant de facilité dans les métaux, trouve un obstacle considérable dans la mauvaise conductibilité du liquide, et il en résulte que l'électricité ayant toujours le temps de se répandre uniformément dans la masse des métaux, le liquide se retrouve placé dans les conditions qui servent de base à notre calcul; il en est tout autrement quand le prisme liquide n'est touché par les métaux que dans une très-petite partie de sa surface de base; alors l'électricité qui arrive aux points de contact ne peut se propager que lentement et en subissant une notable diminution de tension dans les parties de la base qui ne sont pas touchées, et de là résultent des courants d'intensités et de directions diverses; Pohl a constaté, par des expériences très-variées, l'existence de tels courants, et leur détermination par le calcul ne comporte d'autres difficultés que celles qui résultent de la complication des expressions, grâce aux nouvelles méthodes dont la science est redevable à la théorie de la chaleur. Mais cette détermination dépasserait de beaucoup les limites de ce petit ouvrage, où nous nous sommes uniquement proposé d'étudier les courants qui se propagent dans une seule dimension; nous nous réservons de revenir sur ce sujet dans une occasion plus convenable.

Nous allons maintenant passer à l'application des formules établies, et, pour plus de facilité, nous diviserons notre travail en deux parties: l'une traitera des phénomènes de tension, l'autre des phénomènes de courant.

CHAPITRE B.

Phénomènes de tension.

15. Cas d'un circuit homogène et d'une seule force électromotrice. — Dans les considérations qui précèdent, nous nous sommes bornés à envisager des corps prismatiques, et nous avons admis que leurs axes, sur lesquels nous avons pris les abscisses, étaient des lignes droites. Mais tous les principes établis subsistent encore, quand on suppose que le conducteur est infléchi d'une manière quelconque, et qu'on compte les abscisses sur son axe devenu curviligne ; cette observation était nécessaire pour justifier dans la plupart des cas l'application de nos formules, car la nature des circuits galvaniques ne permet que rarement de les étendre en ligne droite ; ce point établi, nous allons immédiatement nous occuper du cas le plus simple, de celui où le corps prismatique, formé dans toute sa longueur de la même substance, est replié sur lui-même, en supposant que le siége de la force électromotrice soit placé au point où se touchent les deux extrémités du conducteur. Bien que ce cas imaginaire ne corresponde à aucun phénomène naturel, il nous sera néanmoins d'un grand secours pour l'étude des autres cas qui se présentent réellement.

La tension correspondant à un point quelconque d'un corps prismatique, tel que nous venons de le définir, peut être déduite de l'équation différentielle que nous avons trouvée dans le paragraphe 11. Pour cela nous n'avons qu'à intégrer cette équation et à déterminer d'après les autres conditions du problème les constantes ou les fonctions arbitraires qui entrent dans l'intégrale ; mais dans la plupart des cas la question se simplifie beaucoup, parce qu'un ou même deux termes de l'équation disparaissent, en raison de la nature particulière du problème ; ainsi presque toutes les actions galvaniques sont de telle nature que les phénomènes sont permanents et invariables, dès le premier instant où ils commencent à se manifester. Dans ce cas la tension est indépendante du temps, et l'équation (a) devient

$$o = k\frac{d^2u}{dx^2} - \frac{bc}{\omega}u;$$

en outre l'atmosphère environnante n'a généralement pas d'influence (comme nous l'avons déjà fait remarquer paragraphe 9) sur l'état électrique du circuit galvanique. Alors $b = o$ et l'équation précédente se réduit à

$$o = \frac{d^2u}{dx^2}.$$

L'intégrale de cette dernière équation est

$$u = fx + c; \qquad (c)$$

en représentant par f et c des constantes qui restent à déterminer. L'équation (c) exprime donc la loi de la distribution des tensions dans un conducteur prismatique homogène, quand l'action de l'air est insensible, et que l'état électrique ne varie plus avec le temps. C'est sur ce cas que nous nous arrêterons le plus longtemps, parce que les conditions qui viennent d'être énoncées se trouvent le plus souvent réalisées dans le circuit galvanique.

Nous pouvons déterminer l'une des constantes au moyen de la force électromotrice, développée au point de jonction des extrémités du conducteur, cette quantité devant être regardée comme invariable, et donnée dans chaque cas particulier ; supposons, en effet, l'origine des coordonnées placée en un point quelconque de l'axe du corps, et désignons par x_1 l'abscisse correspondant à l'une de ses extrémités, alors, d'après l'équation (c), la tension appartenant à cette extrémité sera

$$fx_1 + c;$$

nous obtenons de même pour la tension de l'autre extrémité, quand nous désignons par x_2 son abscisse,

$$fx_2 + c;$$

maintenant appelons a la force électromotrice donnée, ou la différence des tensions appartenant aux deux extrémités, nous aurons

$$a = \pm f(x_1 - x_2).$$

Mais $x_1 - x_2$ représente évidemment la longueur totale, positive ou négative, du conducteur prismatique, et par conséquent, si nous désignons cette longueur par l, nous obtiendrons l'équation

$$a = \pm fl,$$

au moyen de laquelle la constante f peut être déterminée. Maintenant si nous introduisons la valeur ainsi obtenue dans l'équation (c), celle-ci devient

$$u = \pm \frac{a}{l}x + c;$$

de sorte qu'il ne reste plus à déterminer que la constante c. Nous pouvons supprimer le double signe $\pm$ en attribuant à la force électromotrice a une valeur positive ou négative, suivant que l'extrémité du conducteur qui correspond à la plus grande abscisse, possède ou non la plus grande des deux tensions. Dans cette hypothèse on a toujours

$$u = \frac{a}{l}x + c; \qquad (d)$$

la constante c reste en général tout à fait indéterminée ; d'où l'on voit que l'on peut à volonté faire varier, par l'influence de causes extérieures, la distribution de l'électricité, et que la variation est partout la même dans toute l'étendue du conducteur.

Parmi les nombreuses considérations qui se rapportent à cette constante, il en est une qui est d'une importance particulière pour le circuit galvanique. Je veux parler du cas où un point quelconque du circuit se trouve mis en rapport avec un conducteur qui absorbe complétement l'électricité, de telle manière que la tension puisse être considérée comme anéantie au point touché ; si nous appelons λ l'abscisse appartenant à ce point, nous aurons, conformément à l'équation (d) :

$$o = \frac{a}{l}\lambda + c.$$

Si nous tirons de là la valeur de la constante c et que nous la reportions dans cette même équation (d), nous aurons la nouvelle équation

$$u = \frac{a}{l}(x - \lambda),$$

au moyen de laquelle on peut trouver la tension correspondant à un point quelconque d'un circuit galvanique dont la longueur est l et la force électromotrice a, quand le point dont l'abscisse est λ est touché par un conducteur qui enlève toute l'électricité.

Si, au lieu d'admettre une dérivation qui enlève constamment l'électricité, nous supposons qu'une cause permanente en apporte sans cesse du dehors au circuit, de telle manière que la tension correspondant à l'abscisse λ conserve une valeur invariable, que nous désignerons par α, alors nous aurons pour déterminer la constante c l'équation

$$\alpha = \frac{a}{l}\lambda + c;$$

et la tension d'un point quelconque du circuit sera donnée par l'équation

$$u = \frac{a}{l}(x - \lambda) + \alpha.$$

Nous venons de voir comment la constante c peut être déterminée, quand la tension d'un point quelconque du circuit se trouve fixée par les circonstances extérieures ; maintenant se présente la question de savoir quelle valeur on devra donner à la constante, quand le circuit est complétement abandonné à lui-même, et que par conséquent cette valeur ne peut être déduite des circonstances extérieures ; pour répondre à cette question, il suffira de considérer que les deux électricités se développent toujours en quantités égales dans le même temps, quand le circuit est primitivement à l'état naturel. On peut, d'après cette observation, affirmer qu'un circuit simple, tel que nous le considérons, doit prendre des deux côtés du point de contact des tensions égales et de signes contraires, quand il est bien isolé et qu'au moment de sa formation il est complétement à l'état neutre ; il en résulte que le point milieu se trouve à l'état naturel. D'après le même principe on voit encore que si, au moment de la formation du circuit, quelque circonstance vient déranger la distribution normale de l'électricité, l'état anormal qui s'établit persiste, jusqu'à ce qu'une cause étrangère vienne le modifier de nouveau.

Un circuit galvanique simple, tel que nous l'avons considéré jusqu'à présent, possède donc essentiellement les propriétés suivantes, qui résultent directement de l'équation (*d*).

a. La tension d'un tel circuit varie progressivement dans toute l'étendue du conducteur, et pour des longueurs égales, la variation est toujours la même ; mais au point où les deux extrémités se touchent, il se produit un saut brusque, et la différence de tension, d'une extrémité à l'autre, est égale à toute la force électromotrice.

b. Quand la tension d'un point quelconque du circuit se trouve modifiée par une cause quelconque, tous les autres points subissent en même temps la même variation de tension.

16. Cas d'un circuit formé de deux parties différentes. — Nous allons maintenant considérer un circuit galvanique, formé de deux parties P et P′, en admettant qu'il existe à chacun des points de contact une force électromotrice différente ; les circuits thermo-électriques se trouvent compris dans ce cas. Appelons u la tension de la partie P et u' celle de la partie P'; comme le cas dont nous nous sommes occupés dans le paragraphe précédent se trouve ici répété deux fois, nous aurons, en vertu de l'équation (c),

$$u = fx + c$$

pour la partie P, et

$$u' = f'x + c'$$

pour la partie P'; f, c, f', c' sont des constantes arbitraires qui dépendent des circonstances particulières du problème et chacune des équations n'est applicable qu'autant que l'abscisse se rapporte à la partie du circuit pour laquelle cette équation a été établie. Supposons l'origine des abscisses placée sur la partie P en l'un des points de contact, et admettons que les abscisses croissantes, se comptent en partant de zéro sur cette partie P; désignons par l la longueur de la partie P, par l' celle de la partie P'; appelons enfin u'_2 et u_1 les valeurs de u' et u qui correspondent au point de contact pour lequel $x = o$, u_2 et u'_1 les valeurs de u et u' qui correspondent au point de contact pour lequel $x = l$; nous aurons

$$u'_2 = f'(l + l') + c' \qquad u_1 = c$$
$$u_2 = fl + c \qquad u'_1 = f'l + c'.$$

Maintenant désignons par a la force électromotrice qui appartient au point de contact pour lequel $x = o$, et par a' celle qui correspond au point de contact pour lequel $x = l$; et pour plus d'uniformité, convenons, une fois pour toutes, que la force électromotrice d'un point de contact représentera toujours la différence que l'on obtient, quand on procède de la manière suivante, qu'on prend la tension correspondant à celle des deux extrémités du conducteur, que l'abscisse croissante rencontre avant le changement brusque, et qu'on en retranche la tension de l'autre extrémité. (Il n'est pas difficile d'apercevoir que cette règle générale comprend celle qui a été mise en avant dans le précédent paragraphe, et au fond elle veut dire uniquement ceci, que la force électromotrice d'un point de contact est regardée comme positive ou négative, suivant que l'on passe d'une tension plus grande à une tension plus petite ou réciproquement, quand on suit la direction des abscisses croissantes; il faut toutefois se rappeler que toute tension positive est plus grande qu'une tension négative quelconque et qu'une tension négative est d'autant plus grande que sa valeur absolue est plus petite); cela admis, nous avons

$$a = f'(l + l') + c' - c$$

et

$$a' = fl - f'l + c - c',$$

d'où l'on tire immédiatement

$$a + a' = fl + f'l'.$$

Maintenant si nous désignons par k et ω la conductibilité et la section de la partie P, par k' et ω' la conductibilité et la section de la partie P', nous aurons, d'après les considérations développées dans le paragraphe 13, l'équation de condition suivante pour chacun des points de contact :

$$k\omega \left(\frac{du}{dx}\right) = k'\omega' \left(\frac{du'}{dx}\right),$$

quand $\left(\frac{du}{dx}\right)$ et $\left(\frac{du'}{dx}\right)$ représentent les valeurs que prennent les fonctions $\frac{du}{dx}$ et $\frac{du'}{dx}$ aux points de contact. Mais d'après les équations qui ont été établies au commencement de ce paragraphe, pour la détermination de la tension dans chacune des parties du circuit, l'on a pour toute valeur admissible de x

$$\frac{du}{dx} = f, \frac{du'}{dx} = f',$$

de sorte que l'équation de condition devient

$$k\omega f = k'\omega' f'.$$

Au moyen de cette équation et de celle que nous avons tout à l'heure déduite des forces électromotrices $(a + a' = f'l + f'l')$, nous obtenons pour f et f' les valeurs suivantes :

$$f = \frac{(a + a')\, k'\omega'}{k'\omega' l + k\omega l'},$$

$$f' = \frac{(a + a')\, k\omega}{k'\omega' l + k\omega l'};$$

en substituant ces valeurs dans une des équations précédentes, nous trouvons

$$c' = c - a' + \frac{(a + a')(k'\omega' l - k\omega l)}{k'\omega' l + k\omega l'};$$

d'après cela la tension est exprimée pour la partie P du circuit par l'équation

$$u = \frac{(a + a')\, k'\omega' x}{k'\omega' l + k\omega l'} + c,$$

et pour la partie P' par l'équation

$$u' = \frac{(a + a')\,(k\omega x - k\omega l + k'\omega' l)}{k'\omega' l + k\omega l'} - a' + c.$$

En remplaçant $\frac{l}{k\omega}$ et $\frac{l'}{k'\omega'}$ par λ et λ', on donne à ces équations la forme plus simple que voici :

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{a + a'}{\lambda + \lambda'} \cdot \frac{x}{k\omega} + c \\ u' &= \frac{a + a'}{\lambda + \lambda'} \left(\frac{x - l}{k'\omega'} + \frac{l}{k\omega}\right) - a' + c \end{aligned}\right\} \mathrm{L};$$

d'après la forme de ces équations, on voit sur-le-champ, que si la conductibilité ou la grandeur de la section sont les mêmes dans les deux parties de circuit, les expressions trouvées pour u et u' ne subissent qu'un seul changement : la lettre qui représente la conductibilité ou la section disparaît tout à fait.

17. Cas d'un circuit formé de trois parties différentes. — Nous allons maintenant considérer un circuit galvanique, composé de trois parties différentes P, P' et P''; ce cas embrasse les circuits hydro-électriques.

Désignons par u, u', u'' les tensions respectives des parties P, P', P''; comme le cas examiné dans le paragraphe 13 se trouve ici répété trois fois, nous aurons, en vertu de l'équation (c) établie dans ce paragraphe, pour la partie P :

$$u = fx + c\,;$$

pour la partie P' :

$$u' = f'x + c'\,;$$

pour la partie P'' :

$$u'' = f''x + c''\,;$$

f, f', f'', c, c', c'' représentent des constantes arbitraires qui doivent être déterminées d'après la nature du problème, et chacune des équations n'est applicable qu'autant que l'abscisse se rapporte à la partie du circuit pour laquelle cette équation a été établie. Plaçons l'origine des abscisses à l'extrémité de la partie P qui touche la partie P'', et fixons la direction des abscisses de telle manière qu'elles marchent de la partie P à la partie P' et de celle-ci à la partie P''; désignons par l, l', l'' les longueurs respectives des parties P, P', P''; enfin représentons par u''_2 et u_1 les valeurs de u'' et de u qui appartiennent au point de contact pour lequel $x = o$; par u_2 et u'_1 les valeurs de u et de u' qui appartiennent au point de contact pour lequel $x = l$, et par u'_2, u''_1 les valeurs de u' et de u''

qui appartiennent au point de contact pour lequel $x = l + l'$; nous aurons

$$u''_2 = f''(l + l' + l'') + c'' \qquad u_1 = c$$

$$u_2 = f\,l + c \qquad u'_1 = f'\,l + c'$$

$$u'_2 = f'(l + l') + c' \qquad u''_1 = f''(l + l') + c''.$$

Maintenant appelons a la force électromotrice correspondant au point de contact, pour lequel $x = o$, a' la force électromotrice correspondant au point de contact pour lequel $x = l$ et a'' la force électromotrice correspondant au point de contact pour lequel $x = l + l'$; nous aurons, en tenant compte de la règle générale établie dans le paragraphe précédent :

$$a = f''(l + l' + l'') + c'' - c$$

$$a' = f\,l - f'\,l + c - c'$$

$$a'' = f'(l + l') - f''(l + l') + c' - c''$$

et par suite

$$a + a' + a'' = f\,l + f'\,l' + f''\,l''.$$

Maintenant, d'après les considérations exposées dans le paragraphe 13, si nous désignons par k et ω la conductibilité et la section de la partie P, par k' et ω' la conductibilité et la section de la partie P', par k'' et ω'' la conductibilité et la section de la partie P'', nous aurons les équations de condition suivantes relatives aux points de contact :

$$k\omega \left(\frac{du}{dx}\right) = k'\omega' \left(\frac{du'}{dx}\right) = k''\omega'' \left(\frac{du''}{dx}\right),$$

$\left(\frac{du}{dx}\right)$, $\left(\frac{du'}{dx}\right)$, $\left(\frac{du''}{dx}\right)$ représentant les valeurs particulières que prennent aux points de contact les fonctions $\frac{du}{dx}$, $\frac{du'}{dx}$, $\frac{du''}{dx}$. Mais d'après les équations qui ont été établies au commencement de ce paragraphe pour la détermination de la tension dans chacune des parties du circuit, l'on a, pour toute valeur admissible de x,

$$\frac{du}{dx} = f \quad \frac{du'}{dx} = f' \quad \frac{du''}{dx} = f'',$$

de telle sorte que les équations de condition ci-dessus établies deviennent

$$k\omega f = k'\omega' f' = k''\omega'' f''.$$

Au moyen de cette équation et de celle que nous avons établie tout à l'heure entre les quantités f, f' et f'', en partant de la considération des forces électromotrices, nous trouvons, en remplaçant respectivement par λ, λ', λ'' les quantités $\frac{l}{k\omega}$, $\frac{l'}{k'\omega'}$, $\frac{l''}{k''\omega''}$,

$$f = \frac{a + a' + a''}{\lambda + \lambda' + \lambda''} \cdot \frac{1}{k\omega}$$

$$f' = \frac{a + a' + a''}{\lambda + \lambda' + \lambda''} \cdot \frac{1}{k'\omega'}$$

$$f'' = \frac{a + a' + a''}{\lambda + \lambda' + \lambda''} \cdot \frac{1}{k''\omega''};$$

en se servant de ces valeurs, on obtient

$$c' = \frac{a + a' + a''}{\lambda + \lambda' + \lambda''}\left(\frac{l}{k\omega} - \frac{l}{k'\omega'}\right) - a' + c$$

$$c'' = \frac{a + a' + a''}{\lambda + \lambda' + \lambda''}\left(\frac{l'}{k'\omega'} - \frac{l + l'}{k''\omega''} + \frac{l}{k\omega}\right) - (a' + a'') + c.$$

En substituant ces valeurs, on obtient les équations suivantes qui servent à déterminer les tensions respectives des parties de circuit P, P', P'' :

$$\left.\begin{aligned}
u &= \frac{a + a' + a''}{\lambda + \lambda' + \lambda''} \cdot \frac{x}{k\omega} + c \\
u' &= \frac{a + a' + a''}{\lambda + \lambda' + \lambda''}\left(\frac{x - l}{k'\omega'} + \frac{l}{k\omega}\right) - a' + c \\
u'' &= \frac{a + a' + a''}{\lambda + \lambda' + \lambda''}\left(\frac{x - (l + l')}{k''\omega''} + \frac{l'}{k'\omega'} + \frac{l}{k\omega}\right) - (a' + a'') + c
\end{aligned}\right\} (L'),$$

et il n'est pas difficile de se convaincre que, dans les cas particuliers où l'on a $k = k' = k''$ ou $\omega = \omega' = \omega''$, ces mêmes équations sont encore vraies quand on supprime la lettre k ou la lettre ω partout où elle se trouve en évidence, et aussi dans les expressions λ, λ', λ'' qui la contiennent implicitement.

18. Formule générale des tensions dans le cas d'un circuit formé d'un nombre quelconque de parties. — Le petit nombre de cas que nous venons d'examiner suffit pour reconnaître la loi de formation des expressions qui représentent la tension et permet de les comprendre toutes dans une formule générale unique. Pour donner plus de concision à cette formule, nous appellerons le quotient que l'on obtient en divisant la longueur d'une partie homogène quelconque par le produit de la conductibilité et de la section correspondantes, *longueur réduite* de cette partie; et quand il s'agira du circuit entier, ou d'une portion de circuit, qui sera formée elle-même de la réunion de parties homogènes différentes, nous entendrons par longueur réduite la somme des longueurs réduites de toutes les parties homogènes. Cela posé, les diverses expressions que nous ont fournies les équations (L) et (L') pour représenter la tension se trouvent toutes résumées dans la proposition générale qui suit, et cette proposition est vraie, de quelque nombre de parties que le circuit soit formé.

Pour trouver la tension correspondant à un point donné d'un circuit galvanique formé d'un nombre quelconque de parties, il faut diviser la somme de toutes les forces électromotrices du circuit par sa longueur réduite, multiplier le quotient ainsi obtenu par la longueur réduite de la partie du circuit qu'embrasse l'abscisse, retrancher de ce produit la somme de toutes les forces électromotrices correspondant aux points de contact sur lesquels l'abscisse passe, et enfin ajouter une constante arbitraire qui doit être déterminée par d'autres considérations.

Si donc nous désignons par A la somme de toutes les forces électromotrices du circuit, par L sa longueur réduite, par y la longueur réduite de la portion de circuit que comprend l'abscisse, par O la somme de toutes les forces électromotrices correspondant aux points de contact sur lesquels l'abscisse passe, et enfin par u la tension d'un point quelconque appartenant à une partie quelconque du circuit, nous aurons l'équation

$$u = \frac{A}{L} y - O + c,$$

dans laquelle c représente une grandeur constante, mais indéterminée.

Ainsi transformée, cette expression de la tension dans un circuit quelconque est excessivement simple et nous permettra désormais de joindre la concision à la généralité; dans ce but, nous assignerons encore à y le nom d'*abscisse réduite*. La forme de l'équation obtenue présente cet avantage particulier qu'elle ne cesse pas d'être applicable quand les forces électromotrices et les conductibilités varient d'une manière continue dans une partie du circuit; seulement dans ce cas il faut remplacer les sommes par des intégrales dont les limites doivent être déterminées, comme la nature de l'expression l'exige.

Puisque, dans toute l'étendue d'une même partie homogène de circuit, O ne change pas de valeur et que, pour des longueurs égales prises sur cette partie homogène, y varie de la même quantité, il est évident qu'un circuit galvanique quelconque possède les propriétés suivantes, qui ont été déjà démontrées d'une manière générale pour le cas d'un circuit simple et qui forment le principal caractère des circuits galvaniques.

a. La tension d'une partie de circuit homogène quelconque varie progressivement dans toute l'étendue de cette partie, et pour des longueurs égales la variation est toujours la même. Mais quand on passe d'une partie à une autre, il se produit subitement une variation égale à la force électromotrice qui se développe au point de contact.

b. Quand une cause quelconque fait varier la tension d'un point donné, tous les autres points du circuit éprouvent en même temps des variations égales de tension.

La constante c est théoriquement déterminée dès que l'on connaît la tension d'un point quelconque du circuit. Désignons en effet par u' la tension appartenant au point du circuit dont l'abscisse réduite est y' ; nous aurons, en vertu de l'équation générale qui vient d'être établie,

$$u' = \frac{A}{L} y' - O' + c,$$

O' représentant la somme des forces électromotrices correspondant aux points de contact que franchit l'abscisse y'. Si maintenant nous retranchons cette équation, établie pour un point déterminé du circuit, de celle qui appartient à un point quelconque, nous obtiendrons la nouvelle équation

$$u - u' = \frac{A}{L}(y - y') - (O - O')$$

dans laquelle il ne reste plus rien à déterminer.

Quand le circuit, au moment de sa formation, n'est soumis à l'influence d'aucune cause extérieure qui lui apporte ou lui enlève de l'électricité, on obtient la constante c, en partant de cette considération que la somme de toutes les quantités d'électricité que renferme le circuit doit être nulle. C'est une condition qui résulte de ce principe fondamental que les deux électricités se développent toujours dans le même temps en quantités égales, quand le circuit est primitivement à l'état naturel. Pour faire voir sur un exemple comment on trouve la constante c, dans les conditions que nous venons d'indiquer, nous reprendrons le cas qui a été traité dans le paragraphe 16. Dans la partie P du circuit l'on a toujours $u = \frac{A}{L} y + c$ et $y = \frac{x}{k\omega}$, et dans la partie P', l'on a $u = \frac{A}{L} y - a' + c$, et $y = \frac{x - l}{k'\omega'} + \lambda$. Maintenant, puisque le volume d'un élément est dans la partie P, ωdx ou $k\omega^2 dy$, et dans la partie P', $\omega' dx$ ou $k'\omega'^2 dy$, l'on obtiendra, pour la quantité d'électricité contenue dans un élément de la première partie :

$$k\omega^2 dy\left(\frac{A}{L}y+c\right);$$

et pour la quantité d'électricité contenue dans un élément de la seconde partie :

$$k'\omega'^2 dy\left(\frac{A}{L}y-a'+c\right).$$

Maintenant si l'on intègre la première des deux expressions qui précèdent, depuis $y=o$ jusqu'à $y=\lambda$, l'on a, pour la quantité totale d'électricité que renferme la partie P :

$$k\omega^2\left(\frac{A}{2L}\lambda^2+c\lambda\right);$$

de même, en intégrant la seconde expression depuis $y=\lambda$ jusqu'à $y=\lambda+\lambda'$, l'on a, pour la quantité totale d'électricité que renferme la partie P' :

$$k'\omega'^2\left(\frac{A}{2L}(\lambda'^2+2\lambda\lambda')-a'\lambda'+c\lambda'\right).$$

Mais d'après le principe fondamental ci-dessus mentionné, la somme de ces deux dernières quantités d'électricité doit être nulle ; on a donc une équation au moyen de laquelle on peut déterminer la constante c; il me reste à faire remarquer que λ et λ' sont les longueurs réduites correspondant aux parties P et P'.

Jusqu'ici nous avons tacitement supposé que les abscisses étaient toujours positives ; mais il n'est pas difficile de se convaincre que l'on peut également introduire dans les calculs des abscisses négatives. En effet, si $-y$ représente l'abscisse réduite négative d'un point quelconque du circuit, $L-y$ est l'abscisse réduite positive du même point, et l'équation générale qui a été trouvée plus haut s'appliquant à cette dernière abscisse, l'on a

$$u = \frac{A}{L}(L - y) - O + c$$

ou

$$u = -\frac{A}{L}y - (O - A) + c.$$

Mais si l'on prend en considération la règle générale établie dans le paragraphe 16, $O - A$ représente évidemment la somme des forces électromotrices correspondant aux points de contact que franchit l'abscisse négative; d'où il suit que l'équation peut s'appliquer également aux abscisses négatives, sans qu'on change rien à sa signification première.

19. Si nous supposons que l'une des parties dont le circuit galvanique est formé soit une substance non conductrice de l'électricité, c'est-à-dire une substance dont la conductibilité soit nulle, la longueur réduite du circuit entier prendra une valeur infiniment grande. Maintenant si nous nous imposons la condition de ne pas laisser les abscisses pénétrer dans la partie non conductrice, de telle manière que l'abscisse réduite y conserve toujours une valeur finie, alors l'équation générale se trouve remplacée par la suivante :

$$u = -O + c;$$

celle-ci fait voir que la tension est uniforme dans toute l'étendue de chacune des parties homogènes du circuit, qu'elle change brusquement quand on passe d'une partie à l'autre, et que la variation représente intégralement la force électromotrice développée au point de contact.

Pour déterminer la constante c dans cette équation, nous admettrons que l'on donne la tension d'un point quelconque du circuit; alors, si nous appelons u' cette tension et que nous désignions par O' la somme de toutes les forces électromotrices correspondant aux points de contact sur lesquels passe l'abscisse, nous aurons

$$u - u' = -(O - O').$$

La différence entre les tensions de deux points quelconques d'un circuit galvanique ouvert, c'est-à-dire d'un circuit galvanique dans lequel se trouve interposé un corps non conducteur, est par conséquent égale à la somme de toutes les forces électromotrices développées dans l'intervalle des points considérés; le signe qu'il faut donner à cette somme est toujours facile à déterminer à la seule inspection des données.

20. Nous mentionnerons encore une propriété des circuits galvaniques, qui mérite une attention particulière. Pour cela considérons exclusivement l'une des parties homogènes du circuit, et, pour plus de simplicité, supposons que l'origine étant placée à l'une des extrémités de cette partie, l'on compte les abscisses en se dirigeant vers l'extrémité opposée. Appelons λ la longueur réduite de la partie que nous considérons, et Λ la longueur réduite de tout le reste du circuit, nous aurons, dans l'étendue de la longueur λ,

$$u = \frac{A}{\Lambda + \lambda} y + c;$$

équation qui peut encore être présentée sous la forme

$$u = \frac{\frac{A\lambda}{\Lambda + \lambda}}{\lambda} \cdot y + c;$$

la partie λ se trouve donc dans le cas d'un circuit homogène simple, aux extrémités duquel se trouverait développée la force électromotrice $\frac{A\lambda}{\Lambda + \lambda}$. Par conséquent si A a une valeur bien appréciable, comme cela arrive dans la pile de Volta, et si le rapport $\frac{\lambda}{\Lambda + \lambda}$ s'approche de l'unité, la force électromotrice $\frac{A\lambda}{\Lambda + \lambda}$ devient aussi très-appréciable et par suite les variations progressives de la tension se laissent aisément apercevoir dans l'étendue de la partie λ. Cette conséquence est importante, parce qu'elle fournit le moyen de rendre sensible la loi de la distribution de l'électricité dans des circuits composés, quand il ne serait pas possible de le faire dans un circuit simple, en raison de la faiblesse de la tension. On voit aussi d'ailleurs que, pour des forces électromotrices égales, le phénomène sera d'autant plus manifeste que λ sera plus grand par rapport à A.

21. Cas d'un circuit mis en communication avec un condensateur. — Tous les circuits galvaniques présentent ce caractère commun, que l'on peut toujours et à volonté faire subir à leurs tensions un changement subit. Ce phénomène a sa source dans les propriétés qui ont été développées précédemment. En effet, puisque, comme nous l'avons vu, tous les points d'un circuit galvanique éprouvent la même variation de tension, que l'on fait subir à un point particulier, l'on est toujours maître de donner telle ou telle valeur à un point déterminé quelconque. Parmi les changements que l'on peut produire, les plus remarquables sont ceux que l'on obtient par un contact dérivateur, c'est-à-dire par un contact qui rend la tension nulle sur tel ou tel point du circuit : toutefois, ces changements de tension se trouvent naturellement limités par la grandeur des forces électromotrices.

Il est une autre classe de phénomènes qui se rattachent immédiatement à ceux dont nous venons de parler. Appelons r l'espace sur lequel l'électricité se trouve répandue dans un circuit galvanique donné, u la tension d'un point du circuit qui se trouve en communication immédiate avec un corps M indépendant du circuit, u' la tension que possédait le même point du même circuit avant qu'il eût été mis en contact avec le corps M, $u'-u$ sera évidemment la variation de tension éprouvée par le point, et comme tous les autres points du circuit subissent uniformément la même variation, $r(u'-u)$ représentera la quantité d'électricité disparue dans toute l'étendue du circuit, par suite du changement de tension, et par conséquent aussi la quantité d'électricité reçue par le corps M. Supposons maintenant que, dans l'état d'équilibre, la tension soit la même dans tous les points du corps M sur lesquels l'électricité se trouve répandue, et désignons par R l'espace qu'elle occupe dans le corps M, sa tension sera visiblement $\frac{r(u'-u)}{R}$. Mais dans l'état d'équilibre cette tension est égale à la tension u que possède le point du circuit mis en contact avec le corps M, quand ce contact ne développe pas de nouvelle force électromotrice; dans cette supposition l'on a donc

$$u = \frac{r(u'-u)}{R},$$

d'où l'on tire

$$u = \frac{ru'}{r+R}.$$

Il résulte de cette équation que la tension du corps M est toujours plus petite que celle qui existait avant le contact, au point touché du circuit, et aussi que ces deux tensions se rapprochent d'autant plus de l'égalité, que r est plus grand par rapport à R. Si nous considérons R comme une grandeur invariable, le rapport des tensions u et u' dépend exclusivement de l'espace que l'électricité occupe dans le circuit. Il faut donc, pour donner à la tension du corps M sa plus grande valeur, augmenter la capacité du circuit, soit en agrandissant généralement ses dimensions, soit en le rattachant par quelque point à des masses étrangères; l'effet de ces masses paraît dépendre exclusivement de leurs volumes et nullement de la nature des corps qui les composent; il faut seulement que ces corps soient conducteurs de l'électricité, et qu'ils ne développent pas de nouvelles forces électromotrices. Si nous supposons que les masses mises en communication avec le circuit aient un volume infiniment grand, comme cela arrive quand une dérivation vient anéantir complétement la tension en un point quelconque du circuit, alors la tension du corps M est toujours égale à celle que possédait le point du circuit qu'il touche.

Pour rattacher le jeu du condensateur aux actions dont nous venons de parler, il suffit de remarquer qu'un condensateur dont la grandeur est R, et dont la puissance de condensation est m, peut être considéré comme l'équivalent d'un conducteur ordinaire de grandeur mR, avec cette différence pourtant que sa tension est égale à m fois celle du conducteur ordinaire, dont il tient la place. Si donc nous appelons u la tension du condensateur lorsqu'il est mis en rapport avec un point du circuit dont la tension était primitivement u', nous aurons

$$u = \frac{mru'}{r + m\text{R}};$$

d'où il suit que le condensateur indique m fois la tension du point touché, quand r est très-grand par rapport à mR, mais qu'au contraire il donne une tension plus faible que celle du point touché, quand r est égal à R ou plus petit que cette quantité. Les masses attachées au circuit tendent donc à donner aux indications du condensateur leur valeur maximum et les en rapprochent d'autant plus qu'elles sont plus considérables; un circuit qui communique avec le sol par un de ses points transmet toujours au condensateur la tension maximum.

Les déterminations qui précèdent supposent que l'un des plateaux du condensateur est en communication permanente avec le sol; nous allons maintenant considérer le cas où les deux plateaux d'un condensateur isolé sont mis en rapport avec deux points différents d'un circuit galvanique. D'abord, il est clair, d'après la nature particulière des actions galvaniques, que la différence entre les quantités d'électricité libre résidant sur les deux plateaux du condensateur doit être la même que celle qui existe invariablement entre les tensions des points touchés; par conséquent, si d représente la différence des tensions correspondant à ces deux points, et u la quantité d'électricité libre qui se trouve sur l'un des plateaux du condensateur, $u + d$ sera la quantité d'électricité libre de l'autre plateau, et tout se réduira à trouver la quantité totale d'électricité que possèdent les plateaux au moyen de l'électricité libre qui est connue ; pour cela appelons A la quantité totale d'électricité qui se trouve sur le plateau dont l'électricité libre est $u+d$; $A-u-d$ représentera la quantité qui se trouve dissimulée sur le même plateau. De même $B-u$ représente la quantité d'électricité dissimulée sur le plateau dont l'électricité libre est u, quand on désigne par B la quantité totale d'électricité qui se trouve sur ce plateau. Maintenant si n représente le rapport qui existe entre la quantité d'électricité dissimulée de l'un des plateaux et la quantité d'électricité totale de l'autre plateau, nous aurons les deux équations suivantes :

$$A - u - d + nB = o$$
$$B - u + nA = o,$$

au moyen desquelles on obtient les valeurs ci-après de A et de B :

$$A = \frac{d + u(1-n)}{1-n^2}$$
$$B = \frac{u(1-n) - nd}{1-n^2};$$

mais d'après la théorie du condensateur on sait que $1-n^2 = \frac{1}{m}$, quand on désigne par m le pouvoir de condensation. Si donc on substitue dans les expressions obtenues pour A et pour B, $\frac{1}{m}$ à $1-n^2$, et qu'on remplace également n par $1-\frac{1}{2m}$, ce qui est permis, quand m est un nombre très-grand, comme c'est le cas ordinaire, l'on a

$$A = md + \frac{1}{2}u$$

$$B = -md + \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}d.$$

Par conséquent, quand m est un nombre très-grand, et que u n'est pas beaucoup plus grand que d, on peut sans erreur sensible poser les équations

$$A = md$$
$$B = -md.$$

Elles expriment cette loi connue que, si deux points différents d'une pile voltaïque sont mis respectivement en rapport avec les deux plateaux d'un condensateur isolé, chacun des plateaux prend la même charge que si l'autre plateau et le point de la pile qui lui correspond étaient mis en communication avec le sol. Les considérations qui précèdent font voir aussi que cette loi cesse d'être vraie quand on ne peut plus regarder u comme une quantité qui disparaît devant md. Ce cas se présenterait si, par exemple, les deux plateaux du condensateur étaient mis en contact avec deux points voisins du pôle supérieur isolé d'une pile voltaïque composée d'un très-grand nombre d'éléments, le pôle inférieur étant en communication avec la terre.

Les considérations qui précèdent sur la manière dont les circuits galvaniques cèdent leur électricité aux corps étrangers me paraissent éclairer la question de manière à ne rien laisser désirer de plus, mais elles conduisent à des recherches d'une toute autre nature, qui présentent un intérêt considérable. En effet, les considérations théoriques, aussi bien que les expériences qui ont été exécutées sur le courant électrique, ne laissent aucun doute sur ce point, que l'électricité en mouvement pénètre dans l'intérieur des corps et que sa quantité est en rapport avec leur volume. D'un autre côté, il est également certain que l'électricité en repos s'accumule à la surface des corps et que sa quantité dépend de leur étendue superficielle. Il résulterait de là que, dans les formules qui précèdent, r représenterait le volume du circuit galvanique, quand celui-ci serait fermé, et son aire superficielle quand il serait ouvert. Il n'y aurait pas, ce me semble, de grandes difficultés à constater ce fait par expérience.

22. Distribution des tensions dans l'état permanent, quand l'air environnant exerce une influence appréciable sur le circuit. — Jusqu'ici, nous nous sommes bornés à considérer l'état d'un circuit, qui est déjà arrivé à l'état permanent et sur lequel l'air environnant n'exerce aucune influence;

nous avons traité ce cas avec tous les développements qu'il comporte, parce qu'il embrasse les phénomènes les plus nombreux et les plus importants. Toutefois, pour ne pas laisser complétement de côté les autres circuits, nous allons indiquer rapidement, en prenant le cas le plus simple, la méthode qu'il faut leur appliquer et montrer ainsi, quoique de loin seulement, la route à suivre.

Quand on veut prendre en considération l'influence de l'air sur le circuit galvanique, il faut ajouter au terme $\frac{kd^2u}{dx^2}$ de l'équation (a) du paragraphe 11 le terme $\frac{bc}{\omega}u$; alors, si l'on suppose que le circuit est arrivé à l'état permanent, auquel cas $\frac{du}{dt}=o$, l'équation devient

$$o=k\frac{d^2u}{dx^2}-\frac{bc}{\omega}u,$$

ou en posant $\frac{bc}{k\omega}=\beta^2$

$$o=\frac{d^2u}{dx^2}-\beta^2u,$$

l'intégrale de cette équation est

$$u=c.e^{\beta x}+d.e^{-\beta x},$$

en représentant par e la base des logarithmes naturels, par c et d des constantes arbitraires, qui restent à déterminer d'après les autres conditions du problème.

Maintenant appelons $2l$ la longueur totale du circuit, plaçons l'origine des abscisses au point qui forme le milieu de cette longueur, quand on part du point d'excitation ; désignons en outre par a la force électromotrice développée au point d'excitation, nous aurons

$$a=(c-d)(e^{\beta l}-e^{-\beta l}).$$

Si nous écrivons à présent l'équation trouvée plus haut de la manière suivante :

$$u=(c-d)e^{\beta x}+d(e^{\beta x}+e^{-\beta x}),$$

et que nous remplacions $c-d$ par la valeur qui vient d'être obtenue, nous avons

$$u=\frac{a e^{\beta x}}{e^{\beta l}-e^{-\beta l}}+d(e^{\beta x}+e^{-\beta x}).$$

Admettons, pour déterminer l'autre constante, que la somme des deux tensions correspondant au point d'excitation soit connue et égale à b (ce cas se présente toutes les fois que la tension d'un point quelconque du circuit est donnée), nous aurons

$$b=\frac{a(e^{\beta l}+e^{-\beta l})}{e^{\beta l}-e^{-\beta l}}+2d(e^{\beta l}+e^{-\beta l}),$$

et en faisant la substitution et les réductions convenables,

$$u=\frac{\frac{1}{2}a(e^{\beta x}-e^{-\beta x})}{e^{\beta l}-e^{-\beta l}}+\frac{\frac{1}{2}b(e^{\beta x}+e^{-\beta x})}{e^{\beta l}+e^{-\beta l}}.$$

Quand $b=o$, c'est-à-dire quand le circuit est complètement abandonné à lui-même, cette équation se réduit à

$$u=\frac{\frac{1}{2}a(e^{\beta x}-e^{-\beta x})}{e^{\beta l}-e^{-\beta l}}.$$

Les équations précédentes, qui s'appliquent à toute l'étendue d'un circuit prismatique homogène, se confondent, lorsque $\beta=o$, avec celles qui ont été obtenues plus haut, pour les mêmes circonstances, en ne tenant pas compte de l'influence de l'air. Puisque $\beta^2=\frac{b}{k}\cdot\frac{c}{\omega}$, il en résulte que l'action de l'air sur le circuit galvanique est d'autant plus faible que la conductibilité de l'air est petite par rapport à celle du circuit, et que le quotient $\frac{c}{\omega}$ est petit lui-même. Mais le quotient $\frac{c}{\omega}$ exprime le rapport qui existe entre la surface enveloppée par l'air de l'une des tranches du conducteur et le volume de la même tranche ; il semble d'après cela que $\frac{c}{\omega}$ devrait être toujours infiniment petit. Mais il ne faut pas perdre de vue que nous traitons ici une question de physique et non une question de mathématiques. A proprement parler, c ne représente pas une surface, cette lettre représente la partie de la tranche du circuit sur laquelle l'air exerce une influence immédiate. Nous ne désignons pas autre chose au fond par ω que la partie de la même tranche qui se trouve traversée par le courant électrique propagé dans le circuit. Or, en général, c est incomparablement plus petit que ω ; mais quand le courant électrique ne se propage qu'avec une grande difficulté et par suite avec lenteur, comme cela arrive toujours plus ou moins dans le cas des piles sèches, alors, d'après ce qui a été établi dans le paragraphe précédent, les quantités c et ω peuvent se rapprocher de l'égalité, car, entre le mode de distribution qui appartient au courant rapide et celui qui est propre à l'état d'équilibre parfait, il doit exister une transition graduelle. Sur ce point on voit s'ouvrir un vaste champ de recherches nouvelles.

23. Distribution des tensions dans l'état variable.—Lorsque l'état permanent du circuit ne s'établit pas instantanément, comme cela a coutume d'arriver dans le cas des piles sèches, on est obligé, pour étudier les modifications du circuit qui précèdent cet état, de partir de l'équation complète

$$\gamma\frac{du}{dt}=k\frac{d^2u}{dx^2}-\frac{bc}{\omega}u, \qquad (\star)$$

car on ne peut plus poser $\frac{du}{dt}=o$ et le terme $\frac{bc}{\omega}u$ doit être conservé ou mis de côté, suivant que l'on veut ou non prendre en considération l'influence de l'air sur le circuit. Maintenant si nous posons, comme dans le paragraphe précédent, $6^2 = \frac{bc}{k\omega}$ et en outre $\frac{k}{\gamma} = k'$, l'équation précédente devient

$$\frac{du}{dt} = k'\left(\frac{d^2u}{dx^2} - 6^2u\right),$$

et l'on voit aisément qu'en faisant $6 = o$, on met de côté l'influence de l'air.

Dans le cas actuel, u représente une fonction de x et de t; mais à mesure que le temps t croît, cette fonction devient de moins en moins dépendante de t, et à la fin elle se change en une simple fonction de x, qui représente l'état permanent du circuit; si nous désignons par u' cette dernière fonction, dont nous avons appris déjà à reconnaître la nature, et si nous posons $u = u' + v$, v sera évidemment une fonction de x et de t, qui représentera la différence entre l'état actuel du circuit et son état permanent, et qui, par conséquent, devra s'évanouir au bout d'un certain temps; maintenant, si nous remplaçons u par $u' + v$ dans l'équation ($\star$), en faisant attention que u' est indépendant du temps et que, d'après la nature de cette fonction, l'on doit avoir

$$o = \frac{d^2u'}{dx^2} - 6^2u',$$

nous obtiendrons, pour déterminer la fonction v, l'équation

$$\frac{dv}{dt} = k'\left(\frac{d^2v}{dx^2} - 6^2v\right); \qquad (\supset)$$

elle est de même forme que l'équation ($\star$), mais elle en diffère en ceci, que v est une fonction de x et de t d'une autre nature que u, et cette circonstance rend l'intégration beaucoup plus facile.

L'intégrale de l'équation (☽) a d'abord été présentée par Laplace sous la forme suivante :

$$v = \frac{e^{-k'\beta^2 t}}{\sqrt{\pi}} \int e^{-y^2} f(x + 2y\sqrt{k't})\, dy. \qquad (☿)$$

e représente la base des logarithmes naturels, π le rapport de la circonférence au diamètre; f est une fonction arbitraire qui doit être déterminée par les conditions particulières de chaque problème, et l'intégrale doit être prise entre les limites $y = -\infty$ et $y = +\infty$. Pour $t = o$, l'on a $v = fx$, puisque $\int e^{-y^2} dy = \sqrt{\pi}$ entre les limites indiquées. Il résulte de là que si l'on pouvait déterminer la fonction v dans le cas particulier où $t = o$, l'on arriverait par là à connaître aussi fx et par conséquent la fonction arbitraire f; maintenant l'on a toujours $v = u - u'$; mais si nous commençons à compter le temps à partir de l'instant où la force électromotrice se trouve développée par le contact des deux extrémités du circuit, il est évident que, pour $t = o$, u aura des valeurs déterminées à ces deux extrémités, et que pour tous les autres points du circuit l'on aura $u = o$. Par conséquent l'on a en général pour $t = o$, $v = -u'$ dans toute l'étendue du circuit, et $v = u - u'$ pour les deux extrémités. Si nous considérons un circuit complétement abandonné à lui-même depuis le moment où le contact est établi, l'on aura toujours aux deux extrémités $v = o$, de telle sorte que pour $t = o$ l'on aura dans l'intérieur du circuit $v = -u'$ et aux deux extrémités $v = o$. Maintenant, puisque, d'après nos précédentes recherches, u' peut être regardé comme connu pour tous les points du circuit, il en sera de même de v dans le cas de $t = o$; nous connaissons donc la forme de la fonction arbitraire, tant que x appartient aux points du circuit.

Mais l'intégrale que nous avons donnée pour la détermination de v exige que l'on connaisse la fonction fx, pour toutes les valeurs positives et négatives de x; nous sommes donc conduits à appliquer à l'équation ci-dessus les méthodes de transformation que les recherches sur la propagation de la chaleur ont fait découvrir et à lui donner une forme qui suppose uniquement la fonction fx connue dans l'étendue du circuit. La transformation qui convient au cas dont nous nous occupons donne, quand on désigne par $2l$ la longueur du circuit et qu'on place au milieu de cette longueur l'origine des abscisses [1] :

$$v = \frac{e^{-k'\beta^2 t}}{l}\left\{\sum\left(e^{-\frac{k' i^2\pi^2 t}{l^2}} \sin\frac{i\pi x}{l}\int \sin\frac{i\pi y}{l} fy\,dy\right)\right.$$

$$\left.+\sum\left(e^{-\frac{(2i-1)^2\pi^2 t}{4l^2}} \cos\frac{(2i-1)\pi x}{2l}\int \cos\frac{(2i-1)\pi y}{2l} fy\,dy\right)\right\},$$

les sommes devant être prises depuis $i=1$ jusqu'à $i=\infty$ et les intégrales depuis $y=-l$ jusqu'à $y=+l$. Maintenant nous pouvons remplacer dans cette équation fx par sa valeur $-u'$; quand on représente par a la force électromotrice développée au point de contact, l'on a, d'après la supposition admise dans le paragraphe précédent :

$$u' = \frac{\frac{1}{2} a\,(e^{\beta x} - e^{-\beta x})}{(e^{\beta l} - e^{-\beta l})};$$

en substituant cette valeur et en intégrant entre les limites indiquées, nous aurons

$$\frac{1}{2} a \int \sin\frac{i\pi y}{l} \cdot \frac{e^{\beta y} - e^{-\beta y}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}\, dy = -\frac{a i\pi l \cos i\pi}{i^2\pi^2 + \beta^2 l^2}$$

et
$$\frac{1}{2} a \int \frac{e^{\beta y} - e^{-\beta y}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} \cos\frac{(2i-1)\pi y}{2l}\, dy = o.$$

Par conséquent, nous obtiendrons, pour déterminer v, l'équation

$$v = a.e^{-k'\beta^2 t} \sum\left(\frac{i\pi \sin\frac{i\pi(l+x)}{l}}{i^2\pi^2 + \beta^2 l^2} . e^{-\frac{k'\pi^2 i^2 t}{l^2}}\right),$$

[1] Voir le *Journal de l'École polytechnique*, cahier 19, p. 53.

et enfin, puisque $u = u' + v$:

$$u = \frac{1}{2} a \left(\frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} \right) + a . e^{-k'\beta^2 t} \sum \left(\frac{i\pi \sin \frac{i\pi(i+x)}{l}}{i^2\pi^2 + \beta^2 l^2} . e^{-\frac{k'\pi^2 i^2 t}{l^2}} \right).$$

Quand $\beta = o$, c'est-à-dire quand on ne doit pas prendre en considération l'influence de l'air, cette équation devient

$$u = \frac{a}{2l} x + a \sum \left(\frac{1}{i} \sin \frac{i\pi(l+x)}{l} . e^{-\frac{k'\pi^2 i^2 t}{l^2}} \right)$$ [1].

On voit aisément que le second terme, à droite, de l'équation que nous venons d'obtenir pour la détermination de u, devient de plus en plus petit à mesure que le temps s'écoule, et qu'il finit par disparaître tout à fait. Quand cela arrive, l'état permanent du circuit est établi ; on reconnaît, d'après la forme de l'expression, qu'on éloigne l'instant où cet état commence en diminuant la conductibilité et surtout en augmentant la longueur du circuit.

L'expression trouvée pour u n'est applicable qu'autant que le circuit est, conformément à notre supposition, maintenu à l'abri de toute perturbation extérieure qui puisse modifier son état naturel ; quand, à un instant donné, une cause extérieure quelconque, par exemple un contact établi entre le sol et l'un des points du circuit vient à altérer l'état permanent, alors la méthode indiquée ci-dessus doit subir des modifications que je me propose de développer dans une autre occasion. Je ferai remarquer d'ailleurs que c'est à la classe de circuits dont nous venons de nous occuper en dernier lieu qu'il faut rapporter les phénomènes particuliers que présentent les piles sèches et en général les circuits dont la longueur réduite est extraordinairement grande. On peut aussi faire rentrer dans la même catégorie les circuits de très-grande longueur employés dans les expériences de *Basse*, *Erman* et *Aldini*, quand l'influence de la longueur n'est pas compensée par un accroissement de conductibilité ou de section.

[1] Voir la note B à la suite de ce mémoire.

CHAPITRE C.

Phénomènes de courant.

---

24. Formule représentant l'intensité du courant dans l'état permanent des tensions.—D'après ce qui a été démontré dans le paragraphe 12, l'intensité du courant électrique dans un corps prismatique est en général représentée pour un point quelconque du circuit par l'équation suivante :

$$S = \omega k \frac{du}{dx};$$

S représente l'intensité du courant, u la tension correspondant au point du circuit dont l'abscisse est x, ω la section du corps, et k sa conductibilité pour le même point. Pour rattacher cette équation à celle que nous avons obtenue dans le paragraphe 18, pour le cas d'un circuit composé d'un nombre quelconque de parties, nous pouvons l'écrire de la manière suivante :

$$S = \omega k \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dx};$$

maintenant, si nous remplaçons $\frac{du}{dy}$ par la valeur $\frac{A}{L}$ que donne l'équation générale du paragraphe 18 et $\frac{dy}{dx}$ par la valeur $\frac{1}{k\omega}$ qui peut être aisément déduite du même paragraphe (ces deux valeurs sont applicables à tout point du circuit situé dans l'intervalle de deux points de contact), nous aurons l'équation très-simple

$$S = \frac{A}{L}$$

dans laquelle L représente la longueur réduite de tout le circuit et A la somme de toutes les forces électromotrices. Au moyen de cette équation l'on obtient l'intensité du courant électrique dans un circuit formé d'un nombre quelconque de parties prismatiques, pourvu que le circuit soit arrivé à l'état permanent, que l'air environnant n'exerce sur lui aucune action et que tous les points de chaque section soient à la même tension. Comme ces conditions se trouvent précisément remplies dans les cas les plus ordinaires, nous allons analyser avec le plus grand soin le résultat obtenu.

Puisque A représente la somme de toutes les forces électromotrices développées dans le circuit, et L la somme des longueurs réduites de toutes les parties, l'on peut conclure d'abord de l'équation obtenue que le courant électrique développé dans un circuit galvanique possède les propriétés suivantes :

I. Le courant électrique présente exactement la même intensité dans tous les points du circuit galvanique; cette intensité est indépendante de la valeur de la constante c, qui fixe la tension d'un point déterminé. Tout courant cesse dans le circuit ouvert, puisque dans ce cas la longueur réduite L prend une valeur infinie.

II. L'intensité du courant, dans un circuit galvanique, reste constante, quand la somme de toutes les forces électromotrices et la somme de toutes les longueurs réduites restent constantes elles-mêmes ou varient dans le même rapport. Cette intensité croît proportionnellement à la somme des forces électromotrices, quand la longueur réduite reste la même et pour une même somme de forces électromotrices, elle est en raison inverse de la longueur réduite du circuit. De cette loi générale nous tirerons encore les conséquences particulières qui suivent :

1° Lorsqu'en transposant les parties dont le circuit se compose; on produit un changement dans la distribution et l'arrangement des points d'excitation, ce changement n'exerce aucune influence sur l'intensité du courant, pourvu que la somme des forces électromotrices reste la même. Considérons, par exemple, un circuit composé de cuivre, d'argent, de plomb, de zinc et d'un liquide, et supposons ces corps rangés dans l'ordre où ils ont été énoncés, le courant ne sera pas altéré si l'on change de place l'argent et le plomb, car, d'après la loi qui a été constatée relativement aux forces électromotrices des métaux, le déplacement opéré modifiera les forces électromotrices individuelles, sans changer leur somme.

2° L'intensité du courant reste la même, quand on enlève une des parties du circuit, et qu'on met à sa place un autre conducteur prismatique, pourvu que les deux longueurs réduites soient les mêmes, et que la somme des forces électromotrices soit aussi la même dans les deux cas. Réciproquement, quand on peut substituer à l'une des parties du circuit un nouveau conducteur prismatique sans modifier le courant, et qu'on sait d'ailleurs que la somme des forces électromotrices reste la même, les deux conducteurs mis à la place l'un de l'autre ont des longueurs réduites égales.

3° Considérons un circuit galvanique toujours formé d'un nombre constant de parties de même nature et disposées de la même manière, de telle sorte que les forces électromotrices individuelles puissent être regardées comme invariables; si l'on suppose que les sections de toutes les parties varient dans la même proportion, sans que leur longueur change, l'intensité du courant varie elle-même dans le même rapport que les sections; au contraire, si les sections conservant des valeurs constantes, les longueurs de toutes les parties varient dans le même rapport, l'intensité varie dans le rapport inverse. Quand la longueur réduite de l'une des parties du circuit dépasse de beaucoup celles des autres parties, l'intensité du courant dépend principalement des dimensions de cette partie, et la loi que nous venons d'énoncer prend une forme beaucoup plus simple, puisque dans les comparaisons à établir on ne prend plus en considération que cette unique partie.

La conséquence présentée sous le numéro II, 2°, fournit un moyen commode pour déterminer les conductibilités des divers corps. Considérons, en effet, deux corps prismatiques dont les longueurs soient l et l', et désignons par ω et ω' leurs sections respectives, par k et k' leurs conductibilités ; si ces deux corps jouissent de la propriété de pouvoir être substitués l'un à l'autre, dans un circuit galvanique, sans faire varier l'intensité du courant, et s'ils ne modifient pas les forces électromotrices individuelles du circuit, l'on aura

$$\frac{l}{k\omega} = \frac{l'}{k'\omega'},$$

et par conséquent

$$k : k' :: \frac{l}{\omega} : \frac{l'}{\omega'};$$

les conductibilités des deux corps sont donc en raison directe de leurs longueurs et en raison inverse de leurs sections. Quand on veut se servir de cette relation pour déterminer les conductibilités de divers corps, il faut pour plus de simplicité choisir pour les expériences des corps prismatiques de même section ; alors leurs longueurs font directement connaître leurs conductibilités relatives.

25. Dans le paragraphe précédent, nous avons déduit l'intensité du courant de l'équation générale obtenue dans le paragraphe 18,

$$u = \frac{A}{L} y - O + c,$$

et nous avons trouvé que cette intensité est exprimée par le coefficient de y, par $\frac{A}{L}$. En général, pour déterminer la valeur de $\frac{A}{L}$, il est nécessaire de connaître exactement toutes les parties du circuit et les forces électromotrices résultant de leurs contacts mutuels, mais notre équation générale nous fournit un moyen d'obtenir cette valeur en ne considérant qu'une seule des parties du circuit pris dans l'état d'activité ; nous ne passerons pas ce moyen sous silence, parce qu'il nous sera dans la suite d'une grande utilité. Si l'on conçoit que dans l'équation précédente y augmente d'une quantité arbitraire

Δy, et si l'on désigne par ΔO la variation correspondante de O, par Δu celle de u, il résulte de cette équation que l'on a

$$\Delta u = \frac{A}{L} \Delta y - \Delta O;$$

et d'où l'on tire

$$\frac{A}{L} = \frac{\Delta u + \Delta O}{\Delta y}.$$

On peut donc obtenir l'intensité du courant électrique, en ajoutant à la différence des tensions qui correspondent à deux points du circuit la somme de toutes les forces électromotrices développées dans l'intervalle des deux points et en divisant le résultat de l'addition par la longueur réduite de la partie du circuit qui sépare ces mêmes points; quand aucune force électromotrice ne se trouve développée dans cette partie du circuit, l'on a $\Delta O = o$ et par suite

$$\frac{A}{L} = \frac{\Delta u}{\Delta y}.$$

26. Considérations sur la pile de Volta. — La pile de Volta, qui est une combinaison formée de plusieurs circuits simples égaux entre eux, mérite que nous lui accordions ici une attention particulière, en raison des nombreux résultats d'expérience qui ont été obtenus au moyen de cet appareil.

Si A représente la somme des forces électromotrices d'un circuit galvanique fermé, et L sa longueur réduite, l'intensité du courant est exprimée, comme nous le savons, par

$$\frac{A}{L};$$

imaginons maintenant n circuits exactement semblables au précédent, mais ouverts, et supposons que l'on mette constamment l'un des pôles de chaque circuit en communication immédiate avec le pôle opposé de celui qui le suit, de telle manière qu'il n'y ait pas de force électromotrice nouvelle développée par la réunion de deux circuits contigus, et que toutes les forces électromotrices primitives restent les mêmes après comme avant l'association des éléments : l'intensité du courant dans cette combinaison voltaïque, qui forme un circuit fermé, sera évidemment

$$\frac{nA}{nL},$$

elle sera précisément égale à celle d'un circuit simple. Cette égalité ne subsiste plus, quand on intercale de part et d'autre un nouveau conducteur, que nous appellerons conducteur interposé. En effet, si nous désignons par Λ la longueur réduite de ce conducteur interposé, et si nous admettons que sa présence n'introduise aucune force électromotrice nouvelle, l'intensité du courant sera dans le circuit simple

$$\frac{A}{L + \Lambda},$$

et dans la combinaison voltaïque formée de n éléments semblables

$$\frac{nA}{nL + \Lambda} \text{ ou } \frac{A}{L + \frac{\Lambda}{n}}.$$

L'intensité est toujours plus grande dans le dernier circuit que dans le premier, et le rapport des deux intensités passe par toutes sortes d'états de grandeur, depuis le cas où, Λ disparaissant, les deux actions sont égales, jusqu'au cas où la combinaison voltaïque produit n fois l'action du circuit simple ; ce dernier cas se présente quand Λ est incomparablement plus grand que nL. Si Λ représente la longueur réduite du corps sur lequel doit s'exercer l'action du courant, il résulte des observations qui précèdent qu'il est plus avantageux d'employer un circuit simple puissant, quand Λ est très-petit par rapport à L, et qu'au contraire il est préférable de se servir de la pile voltaïque, quand Λ est très-grand par rapport à L.

Mais comment, dans chaque cas particulier, doit-on disposer un appareil galvanique donné, pour qu'il produise le plus grand effet possible? Pour résoudre ce problème, nous admettrons que l'on ait une surface déterminée, de cuivre et de zinc, par exemple, avec laquelle on puisse à volonté former, ou un grand couple unique, ou un nombre quelconque de couples plus petits; nous supposerons, en outre, que le liquide placé entre les deux métaux soit toujours le même, et qu'il ait toujours la même longueur. Cette dernière condition revient à dire que les deux métaux entre lesquels le liquide se trouve placé restent dans tous les cas à la même distance l'un de l'autre.

Soit Λ la longueur réduite du corps sur lequel le courant électrique doit agir, L la longueur réduite de l'appareil, quand il est disposé de manière à former un circuit simple et A sa force électromotrice pour la même disposition. Si l'on vient à composer une pile voltaïque de x éléments, sa force électromotrice sera xA, la longueur réduite de chacun de ses éléments xL, et par conséquent la longueur réduite de tous les x éléments x^2L; par conséquent, la puissance de la combinaison voltaïque formée de x éléments sera exprimée par

$$\frac{xA}{x^2L+\Lambda}.$$

Cette expression atteint sa valeur maximum $\frac{A}{2\sqrt{\Lambda \cdot L}}$ quand $x=\sqrt{\frac{\Lambda}{L}}$. On voit par là que la forme la plus avantageuse qu'on puisse donner à l'appareil est celle d'un circuit simple, tant que Λ n'est pas plus grand que L, et qu'il faut, au contraire, donner la préférence à la pile voltaïque, quand Λ est plus grand que L. Pour obtenir le plus grand effet utile, il faut employer 2 éléments quand Λ est 4 fois plus grand que L, 3 éléments quand Λ est 9 fois plus grand que L, et ainsi de suite.

27. Considérations sur l'emploi des multiplicateurs. — Nous avons vu que l'intensité du courant est toujours la même dans tous les points du circuit ; cette circonstance nous fournit un moyen de multiplier son action, quand cette action s'exerce au dehors, comme dans le cas où le courant doit agir sur la direction de l'aiguille aimantée. Pour plus de clarté, nous admettrons que la partie du circuit qui doit exercer son influence sur l'aiguille aimantée forme toujours un cercle de rayon déterminé, et que ce cercle soit placé dans le méridien magnétique, de telle manière que son centre coïncide avec le point de suspension de l'aiguille. Si l'on conçoit plusieurs circonvolutions formées de cette manière aux dépens du circuit et séparées les unes des autres, il est clair qu'elles exerceront des actions égales sur l'aiguille aimantée, puisque l'intensité du courant sera la même pour chacune d'elles. Maintenant supposons que les circonvolutions soient disposées les unes près des autres, et, bien qu'elles restent séparées par une enveloppe non conductrice, admettons qu'elles soient assez rapprochées pour qu'on puisse les considérer comme occupant la même position par rapport à l'aiguille aimantée, alors elles exerceront sur cette aiguille une action d'autant plus grande que leur nombre sera plus considérable. L'appareil dont nous venons d'indiquer la construction se nomme un *multiplicateur*.

Soit maintenant A la somme des forces électromotrices d'un circuit quelconque, L sa longueur réduite, Λ la longueur réduite d'un conducteur interposé, formant un multiplicateur de n tours, λ la longueur réduite de l'une des circonvolutions, nous aurons $\Lambda = n\lambda$, et l'action du multiplicateur sur l'aiguille aimantée sera proportionnelle à la valeur

$$\frac{nA}{L + n\lambda}.$$

De même l'action d'une seule circonvolution formée avec le circuit, sans multiplicateur, sera proportionnelle à

$$\frac{A}{L},$$

si l'on suppose que la portion de circuit qui sert à former cette circonvolution soit exactement constituée de la même manière que le multiplicateur. Par conséquent, la différence entre les deux actions est

$$\frac{nL - (L + n\lambda)}{L + n\lambda} \cdot \frac{A}{L},$$

et cette différence est positive ou négative, suivant que nL est plus grand ou plus petit que $L + n\lambda$. Par conséquent, l'action sur l'aiguille aimantée sera augmentée ou diminuée par l'interposition du multiplicateur formé de n tours, suivant que n fois la longueur réduite du circuit sans conducteur interposé formera une quantité plus grande ou plus petite que la longueur réduite de tout le circuit, y compris le conducteur interposé.

Lorsque $n\lambda$ est incomparablement plus grand que L, l'action du multiplicateur sur l'aiguille devient

$$\frac{A}{\lambda}.$$

Cette valeur représente la limite des actions que peut exercer le multiplicateur, soit qu'il augmente ou diminue l'action primitive du circuit; nous allons rapidement indiquer plusieurs propriétés remarquables dont jouit cette valeur limite. On peut toujours supposer le multiplicateur formé d'un assez grand nombre de tours pour que son action puisse être considérée sans erreur sensible comme égale à l'action limite.

Puisque l'action d'une circonvolution formée avec le circuit est $\frac{A}{L}$, tandis que l'action du multiplicateur mis en communication avec le même circuit est $\frac{A}{\lambda}$, il est clair que ces deux actions sont entre elles dans le rapport des longueurs réduites λ et L. Par conséquent, lorsqu'on connaît les deux actions et l'une des deux longueurs réduites, on peut trouver l'autre; et de même on peut trouver l'une des deux actions, quand on connaît l'autre action et les deux longueurs réduites.

Puisque l'action limite du multiplicateur est $\frac{A}{\lambda}$, cette action croît dans le même rapport que la somme des forces électromotrices du circuit, quand on suppose λ invariable ; on peut donc, en introduisant successivement un même multiplicateur dans divers circuits, déterminer par la comparaison de ses actions limites les forces électromotrices relatives des circuits. On voit aussi que l'action limite du multiplicateur augmente, quand on réunit plusieurs circuits simples, de manière à former une combinaison voltaïque, et qu'elle croît précisément dans le même rapport que le nombre des éléments. Par ce moyen on peut arriver à augmenter à volonté l'action du multiplicateur, dans certains cas où, mis en communication avec un circuit simple, il ne ferait qu'affaiblir l'action de ce circuit.

Si nous désignons par l la longueur réelle de l'un des tours du multiplicateur, par k sa conductibilité, et par ω sa section, nous aurons $\lambda = \frac{l}{k\omega}$, et par conséquent l'action limite du multiplicateur sera

$$k\omega \, . \, \frac{A}{l}.$$

Il suit de là que si l'on introduit successivement dans un même circuit deux multiplicateurs dont les tours aient la même longueur, les actions limites seront entre elles comme les produits des conductibilités par les sections. Si les deux multiplicateurs diffèrent uniquement en ce qu'ils sont composés de métaux différents, les actions limites seront dans le rapport des conductibilités; elles seront dans le rapport des sections si les tours sont de mêmes longueurs et si les multiplicateurs sont formés du même métal.

Toutes les déterminations qui précèdent reposent sur cette supposition que l'action d'une partie de circuit sur l'aiguille aimantée est proportionnelle, toutes choses égales d'ailleurs, à l'intensité du courant. L'exactitude de cette supposition a été mise en évidence, depuis longtemps déjà, par des expériences directes.

28. Courants dérivés. — Nous allons maintenant examiner le cas où plusieurs conducteurs existent simultanément ; considérons un circuit ouvert dont les extrémités opposées soient réunies par le moyen de plusieurs conducteurs placés à côté les uns des autres : on peut se demander suivant quelle loi le courant se partagera entre les conducteurs juxtaposés. On pourrait répondre à cette question en se reportant directement aux considérations qui ont été exposées dans les paragraphes de 11 à 13, mais on obtient une solution plus simple en partant de la propriété des circuits galvaniques que nous avons établie dans le paragraphe 25 ; nous continuons à admettre pour plus de simplicité que l'on ne fait disparaître en ouvrant le circuit aucune des forces électromotrices existantes, et qu'on n'en développe pas de nouvelles en introduisant de nouveaux conducteurs.

Désignons par λ, λ', λ'', etc., les longueurs réduites des conducteurs mis en communication avec les extrémités du circuit ouvert et par α la différence des tensions que présentent ces extrémités, après que les conducteurs ont été introduits, la même différence existera entre les tensions correspondant aux extrémités de chacun des conducteurs juxtaposés, puisque d'après notre hypothèse leur introduction ne développe aucune force électromotrice nouvelle. Maintenant puisque, d'après le paragraphe 13, l'intensité du courant dans le circuit primitif doit être égale à la somme des intensités des courants qui parcourent les conducteurs juxtaposés, on peut concevoir le circuit primitif divisé en autant de parties qu'il y a de conducteurs; alors, d'après le paragraphe 25, l'intensité du courant, dans chacun des conducteurs juxtaposés et dans la partie correspondante du circuit primitif, est représentée par

$$\frac{\alpha}{\lambda},\ \frac{\alpha}{\lambda'},\ \frac{\alpha}{\lambda''},\ \text{etc.};$$

d'où il résulte d'abord que l'intensité du courant est pour chacun des conducteurs juxtaposés en raison inverse de sa longueur réduite. Maintenant, si nous imaginons un conducteur tellement constitué, qu'il ne modifie en rien le courant développé dans le circuit primitif, lorsqu'on le substitue à la place de tous les conducteurs juxtaposés, et si nous appelons Λ la longueur réduite de ce conducteur, il faudra que nous ayons aussi

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} + \frac{1}{\lambda''} + \text{etc.}$$

Des développements qui précèdent, on peut tirer la conséquence suivante : si l'on désigne par A la somme des forces électromotrices du circuit, et par L sa longueur réduite, l'intensité du courant, après l'introduction des conducteurs juxtaposés, est, pour le circuit primitif,

$$\frac{A}{L + \Lambda},$$

pour celui des conducteurs juxtaposés, dont la longueur réduite est λ,

$$\frac{A}{L + \Lambda} \cdot \frac{\Lambda}{\lambda},$$

pour celui des conducteurs juxtaposés, dont la longueur réduite est λ',

$$\frac{A}{L + \Lambda} \cdot \frac{\Lambda}{\lambda'},$$

pour celui des conducteurs juxtaposés, dont la longueur réduite est λ'',

$$\frac{A}{L + \Lambda} \cdot \frac{\Lambda}{\lambda''},$$

et ainsi de suite, Λ devant être remplacé dans toutes ces expressions par sa valeur tirée de l'équation

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} + \frac{1}{\lambda''} + \text{etc.}$$ [1].

[1] Voir la note C à la suite de ce mémoire.

29. Formule qui représente l'intensité du courant dans l'état permanent, quand l'air environnant exerce une influence appréciable sur le circuit. — Nous avons trouvé plus haut que l'intensité du courant est la même dans tous les points du circuit, mais cela tient à ce que la valeur de $\frac{du}{dx}$ est constante quand on la tire de l'équation

$$u = \frac{A}{L} y - O + c.$$

Cette circonstance ne se présente plus quand on part de l'une des équations obtenues dans les numéros 22 et 23. Dans les divers cas qui font l'objet de ces paragraphes, $\frac{du}{dx}$ dépend de x, ce qui indique que l'intensité du courant est différente pour les différents points du circuit. Nous pouvons tirer de là cette conclusion, que le courant ne présente la même intensité dans tous les points du circuit, qu'autant que le circuit est arrivé à l'état permanent et que l'air environnant n'exerce pas sur lui d'action sensible. Comme cette propriété paraît être de nature à nous fournir le moyen de reconnaître par expérience si l'air exerce ou non une influence appréciable sur un circuit galvanique donné, nous allons examiner avec quelques détails le cas dont il s'agit.

Puisque, d'après le paragraphe 12, l'intensité du courant électrique est toujours donnée par l'équation

$$S = k\omega \frac{du}{dx},$$

il suffit dans chaque cas particulier de tirer la valeur de $\frac{du}{dx}$ de l'équation qui a été obtenue pour la détermination de la tension et de porter cette valeur dans l'équation qui précède. Ainsi, quand le circuit est arrivé à l'état permanent, mais que l'air exerce sur lui une influence sensible, l'on a, conformément au paragraphe 22,

$$u=\frac{1}{2}a\frac{e^{6x}-e^{-6x}}{e^{6l}-e^{-6l}}+\frac{1}{2}b\frac{e^{6x}+e^{-6x}}{e^{6l}+e^{-6l}},$$

a représentant la force électromotrice développée au point d'excitation, et b la somme des tensions que possèdent les points adjacents à droite et à gauche du point d'excitation. L'on tire de là

$$S=k\omega 6\left(\frac{1}{2}a\frac{e^{6x}+e^{-6x}}{e^{6l}-e^{-6l}}+\frac{1}{2}b\frac{e^{6x}-e^{-6x}}{e^{6l}+e^{-6l}}\right);$$

cette expression fait connaître l'intensité du courant pour chaque point du circuit; mais on peut arriver de la manière suivante à mettre mieux en évidence la loi suivant laquelle l'intensité du courant varie d'un point à un autre. Si l'on différentie l'équation

$$S=k\omega\frac{du}{dx},$$

on obtient l'équation nouvelle

$$dS=k\omega\frac{d^2u}{dx^2}dx;$$

et en multipliant ces deux équations l'une par l'autre, on a

$$S\,dS=k^2\omega^2\frac{d^2u}{dx^2}du.$$

Maintenant, si l'on remplace $\frac{d^2u}{dx^2}$ par sa valeur 6^2u, tirée de l'équation $o=\frac{d^2u}{dx^2}-6^2u$, il vient

$$S\,dS=k^2\omega^2 6^2 u\,du;$$

d'où l'on tire, en intégrant,

$$S^2=c^2+k^2\omega^2 6^2 u^2;$$

c représente dans cette équation une constante qui reste à déterminer. Si nous désignons par u' la plus petite valeur absolue que la variable u puisse prendre dans toute l'étendue du circuit, et par S' la valeur correspondante de S, et si nous déterminons d'après cela la constante c, nous avons

$$S^2 - S'^2 = k^2\omega^2\theta^2 (u^2 - u'^2) ;$$

on peut aisément conclure de cette équation que le courant d'un circuit, sur lequel l'air exerce de l'influence, présente son intensité la plus faible au point où la tension est la plus petite, abstraction faite du signe, et que l'intensité est la même aux points du circuit qui présentent des tensions égales et opposées.

APPENDICE [1]

SUR L'ACTION CHIMIQUE DU CIRCUIT GALVANIQUE.

SUR L'ORIGINE ET LE CARACTÈRE DES ACTIONS CHIMIQUES QUI S'OPÈRENT DANS LE CIRCUIT GALVANIQUE ET SUR LA NATURE DES VARIATIONS D'INTENSITÉ QUI EN RÉSULTENT.

---

30. Force de translation du courant. — Nous avons toujours supposé dans le présent mémoire que les corps soumis à l'influence du courant électrique restaient invariablement les mêmes ; nous allons maintenant prendre en considération l'action du courant sur les corps qu'il traverse, examiner les changements de toutes sortes qu'ils éprouvent dans leur constitution chimique et les variations d'intensité que par réaction subit le courant. Si le travail que nous présentons ici est loin d'épuiser le sujet, ce premier essai fera voir du moins qu'en suivant la voie que nous indiquons on peut arriver à des con-

[1] A l'époque où cet appendice a été écrit (en 1827) le phénomène de l'électrolysation n'avait été que fort imparfaitement étudié, et l'auteur n'a pu baser que sur des hypothèses la théorie qu'il développe. Aussi ne la considérait-il, lui-même que comme une *fiction* destinée uniquement à faire connaître la marche que l'on pourrait suivre lorsque l'expérience aurait fourni toutes les données qui manquaient alors. Cet appendice est loin d'avoir la même importance que le reste de l'ouvrage, et ne présente guère d'intérêt aujourd'hui qu'au point de vue historique. Ohm supposait que dans un liquide électrolysé la composition chimique varie d'un point à un autre dans toute l'étendue du liquide, et l'objet principal de l'appendice est de rechercher la loi de cette variation. Aujourd'hui, ce problème ne peut plus même être posé ; car il paraît hors de doute que la composition d'un liquide électrolysé est la même partout, si ce n'est dans le voisinage immédiat des électrodes.

(*Note du traducteur.*)

clusions importantes sur les relations qu existent entre l'électricité et la constitution des corps.

Pour nous établir sur un terrain solide, nous allons nous reporter à ce qui a été dit dans les paragraphes de 1 à 7, et nous rattacherons aux expressions et aux développements que contiennent ces paragraphes les nouvelles considérations que nous allons exposer. Considérons deux molécules, et désignons par s leur distance mutuelle, par u et u' leurs tensions respectives; nous supposons que la tension ne varie pas d'un point à un autre dans l'étendue d'une même molécule. Il est facile de conclure des principes établis plus haut que la force répulsive développée entre les deux molécules est proportionnelle à l'élément du temps dt, au produit $u\,u'$, et en outre à une fonction qui dépend de la position, de la grandeur et de la forme des deux molécules; nous appellerons cette fonction F' et nous obtiendrons en conséquence, pour la valeur de la force répulsive entre deux molécules, l'expression suivante:

$$F'uu'\,dt.$$

Procédons maintenant de la même manière que dans le paragraphe 6, et désignons par k' le *moment d'action* produit entre deux points.

J'entends par là le résultat obtenu en multipliant la force répulsive q', développée entre les deux points dans des circonstances déterminées, par leur moyenne distance s'_{1}; nous aurons

$$k' = q'.s'.$$

Si nous déterminons q', en faisant $u = u' = 1$ dans l'expression $F'uu'dt$, et en supposant que la durée de l'action soit égale à l'unité de temps, la dernière équation devient

$$k' = F's'$$

et l'on en tire

$$F' = \frac{k'}{s'}.$$

Maintenant représentons-nous, comme nous l'avons déjà fait au numéro 11, le circuit prismatique divisé en tranches infiniment minces et parfaitement égales; et appelons M', M, M_1, les trois tranches consécutives qui correspondent aux abscisses $x + dx$, x, $x - dx$; d'après ce que nous venons d'établir, la pression exercée par le disque M' sur le disque M sera

$$F'uu'dt;$$

et si nous admettons que la position, la grandeur et la forme des molécules soit la même dans toutes les tranches, de telle manière que la fonction F' ne varie pas d'une tranche à l'autre, la pression opposée que le disque M_1 exercera sur le disque M aura pour valeur

$$F'uu_1\,dt;$$

la différence de ces deux pressions,

$$F'u\,(u' - u_1)\,dt,$$

fera connaître l'intensité de la force qui tend à déplacer le disque M dans la direction de l'axe du circuit; cette force agit en sens contraire de la direction des abscisses croissantes, quand sa valeur est positive; elle agit dans la direction des abscisses quand sa valeur est négative.

Si nous remplaçons $u'-u_1$ par la valeur que fournissent les développements de u' et u_1, donnés dans le paragraphe 11, l'expression que nous venons de trouver prend la forme suivante :

$$2F'u\frac{du}{dx}dx\,dt;$$

et si nous mettons à la place de la fonction F' qui dépend de la nature particulière de chaque corps, sa valeur $\frac{k'}{s'}$, en faisant attention que dans le cas actuel s' est évidemment dx, cette même expression pourra s'écrire

$$2k'u\frac{du}{dx}dt,$$

ou encore, en rapportant à l'unité de surface le moment d'action qui jusqu'ici a été rapporté à l'étendue de la section ω, et en fixant la durée de l'action à l'unité de temps,

$$2k'\omega u \frac{du}{dx},$$

k' représentant maintenant le moment d'action qui appartient à l'unité de surface ; cette dernière expression peut s'écrire

$$\frac{2k'}{k} k\omega u \frac{du}{dx}$$

en désignant par k la conductibilité absolue du circuit. Mais d'après l'équation (b) du paragraphe 12, $k\omega \frac{du}{dx}$ représente l'intensité du courant, que nous sommes convenus de désigner par la lettre S ; si nous remplaçons $k\omega \frac{du}{dx}$ par S, et si nous désignons par i le rapport $\frac{k'}{k}$, l'expression précédente devient

$$2iuS.$$

Nous voyons par là que la force avec laquelle une tranche du circuit tend à se déplacer est proportionnelle et à la tension actuelle de la tranche et à l'intensité du courant ; cette force change de direction au point du circuit où l'électricité passe d'un état à l'état opposé, et il y a cette circonstance digne de remarque, que l'expression obtenue ne cesse pas d'être applicable, même quand, au moment de l'action, la tension u de l'élément M est amenée par une cause quelconque à prendre une valeur anormale arbitraire V, et que les éléments voisins conservent la même tension ; seulement il faut alors remplacer u par V dans l'expression $2iuS$. Il faut remarquer d'ailleurs que l'expression $2iuS$ se rapporte à toute l'étendue de la section ω appartenant à la partie du circuit que l'on considère. Si l'on voulait rapporter à l'unité de surface la force de transport du circuit, il faudrait diviser l'expression par l'aire de la section ω.

Nous ne ferons pas pour le moment de plus amples recherches, ni sur les rapports de causalité qui existent entre la loi des attractions et répulsions électriques et celle de la propagation de l'électricité, ni sur la relation qui lie l'une à l'autre les fonctions k et k'; l'occasion s'offrira prochainement de revenir sur ces questions. Nous nous contenterons de faire observer que la théorie qui précède est sortie des efforts que nous avons faits pour démontrer que les mêmes méthodes peuvent s'appliquer à la science de l'électricité et à celle de la chaleur.

31. Sans nous arrêter plus longtemps à rechercher les conditions auxquelles se trouve soumis le déplacement d'une partie du circuit galvanique, nous allons nous occuper des modifications que le courant électrique produit dans la constitution du circuit, c'est-à-dire dans l'arrangement intérieur des molécules qui le forment; ces changements trouvent leur explication dans la théorie électro-chimique des corps. D'après cette théorie, les corps composés doivent être considérés comme résultant de la combinaison de molécules constituantes, qui se trouvent dans des états électriques différents, ou qui, en d'autres termes, possèdent des tensions différentes; mais il y a cette différence entre la tension qui réside dans les molécules des corps et celle que nous avons jusqu'ici considérée, que la première est liée intimement à la nature des molécules et qu'elle ne peut passer de l'une à l'autre sans que le mode d'existence de l'élément matériel soit complétement changé. Dans les considérations qui suivent, nous nous bornerons à envisager le cas où des changements surviennent dans les rapports numériques des molécules constituantes et où, par suite de ces changements, des modifications s'opèrent dans la nature chimique des corps composés de ces molécules, sans que les molécules elles-mêmes subissent d'altération qui les dénature; nous pourrons, en conséquence, appliquer les lois qui ont été établies plus haut relativement aux attractions et répulsions des corps électriques; seulement il n'y a plus d'électricité transmise d'un élément à l'autre, quand on considère des molécules constituantes de natures différentes. Ici se présente une distinction tout à fait analogue à celle que l'on a établie pour la chaleur, lorsque l'on a distingué la chaleur latente et la chaleur libre. Pour abréger le langage, nous appellerons de même *électricité latente* la tension qui est inhérente à la nature de la molécule constituante, et dont celle-ci ne peut se séparer sans cesser d'exister, et nous nommerons *électricité libre* la tension qui n'est pas indispensable à la constitution des corps et qui peut, en conséquence, passer d'une molécule à l'autre sans que pour cela les molécules perdent le mode d'être qui les caractérise.

32. Expression générale de la force décomposante. — Si l'on rapproche ces suppositions, empruntées à l'électro-chimie, de ce que nous avons dit dans le paragraphe 30 relativement aux actions mécaniques différentes que le circuit galvanique exerce sur des tranches dont l'état électrique est différent, il en résulte immédiatement cette conclusion : si un disque faisant partie du circuit est composé de deux sortes de molécules constituantes dont l'état électrique soit différent, les disques voisins exercent sur les deux éléments des actions attractives ou répulsives inégales qui tendent à les éloigner l'un de l'autre, et si cette force disjonctive est en état de vaincre l'affinité, elle amène effectivement la séparation des molécules constituantes. Nous appellerons *force décomposante* du circuit cette action qui tend à décomposer les particules des corps et à isoler leurs molécules constituantes. Nous allons nous occuper de déterminer plus exactement la grandeur de cette force.

Pour cela, conservons toutes les notations qui ont été introduites dans le paragraphe 30 ; représentons-nous chaque disque comme formé de deux éléments constituants A et B et désignons par m et n les tensions latentes que posséderaient les éléments A et B, si chacun d'eux existait seul dans le disque M à l'exclusion de l'autre, de la même manière que nous représentons par u la tension libre, qui se trouve dans le même disque, répartie uniformément sur les deux éléments constituants. Maintenant si, pour simplifier le calcul, nous admettons que les deux éléments constituants occupent le même espace total avant et après la combinaison, et si nous désignons par mz la tension latente qui, d'après le rapport des volumes combinés dans chaque cas, se trouve dans le disque M et provient de l'élément constituant A, $n(1-z)$ représentera la tension latente provenant de l'élément B qui se trouve dans le même disque M. En effet, la tension de l'électricité répandue sur un corps diminue dans le même rapport que l'espace occupé par le corps augmente; car, à mesure que les molécules du corps s'éloignent les unes des autres, la somme des actions correspondant à une étendue déterminée décroît dans la même proportion. Mais quand deux éléments constituants se combinent, ils se pénètrent réciproquement et par suite chacun d'eux occupe le même espace que le composé résultant de leur union; il résulte de là que la tension propre à chacun des éléments diminue par le fait de la combinaison et le décroissement se trouve exprimé par le rapport du volume qu'occupe le composé à celui qu'occupait chacun des éléments constituants avant la combinaison. Désignons par z le rapport du volume que l'élément constituant A occupe dans le disque M avant la combinaison, au volume qu'occupe le composé dans ce même disque M; puisque nous admettons que les deux éléments constituants occupent le même espace total avant et après la combinaison, $1-z$ représentera le même rapport pour l'élément constituant B, et comme nous désignons par m et n les tensions latentes des éléments constituants A et B avant la combinaison, mz et $n(1-z)$ représenteront les tensions latentes des éléments A et B, qui correspondent aux proportions de la combinaison du disque M, et l'on voit en même temps, d'après ce qui a été dit, que les quantités variables z et $1-z$ ne peuvent pas franchir les limites o et 1.

Afin de pouvoir déterminer la portion de l'électricité libre u qui appartient à chacun des éléments constituants, nous admettrons qu'elle se partage entre eux dans le rapport de leurs masses. Cela posé, si l'on désigne par α et β les masses respectives qu'auraient les éléments A et B si chacun d'eux remplissait le disque à l'exclusion de l'autre, αz et $\beta(1-z)$ représentent les masses des éléments réunis dans le disque M. Par conséquent les portions de l'électricité libre u, qui appartiennent respectivement aux éléments constituants A et B, sont

$$\frac{\alpha uz}{\alpha z+\beta(1-z)} \quad \text{et} \quad \frac{\beta u(1-z)}{\alpha z+\beta(1-z)};$$

nous écrirons, pour abréger :

$$\alpha Uz \quad \text{et} \quad \beta U(1-z).$$

Maintenant, si l'on prend en considération ce qui a été établi dans le paragraphe 30, relativement à la force de transport du circuit galvanique, on voit immédiatement que l'effort qui tend à déplacer l'élément A dans la direction du circuit est exprimé par

$$2i(m+\alpha U)zS;$$

de même, l'effort exercé sur l'élément B est exprimé par

$$2i(n+\beta U)(1-z)S.$$

Dans l'un comme dans l'autre cas, l'effort agit en sens inverse de la direction des abscisses, quand la valeur de l'expression est positive ; il s'exerce, au contraire, dans la direction des abscisses, quand l'expression est négative. Au moyen de ces efforts individuels exercés sur les éléments constituants, on peut trouver la force avec laquelle ils tendent à se séparer l'un de l'autre ; il suffit de considérer que cette force est donnée par le double de la différence entre les quantités d'action que prendrait chacun des éléments, s'il n'était retenu par aucune force d'affinité, et les quantités d'action que devrait prendre chacun de ces mêmes éléments, s'il était lié d'une manière invariable à l'autre élément ; on obtient aisément ainsi l'expression suivante, pour la force décomposante du circuit :

$$4i.z(1-z)\frac{m\beta-n\alpha}{\alpha z+\beta(1-z)}.S.$$

Cette expression nous fait voir que la force décomposante du circuit est proportionnelle à l'intensité du courant électrique et proportionnelle aussi à un coefficient qui dépend de la nature chimique de chacun des points du circuit.

Quand cette expression a une valeur positive, l'élément A prend en se séparant une direction opposée à celle des abscisses, l'élément B suit la direction des abscisses ; quand, au contraire, l'expression a une valeur négative, les éléments prennent, en se séparant, des directions inverses. On voit d'ailleurs au premier coup d'œil que la force décomposante du circuit est toujours représentée par la valeur absolue de l'expression.

Lorsque $\alpha = \beta$, la force décomposante du circuit devient

$$4iz(1-z)(m-n).S.$$

Si l'on a $mz+n(1-z)=o$, c'est-à-dire si les tensions latentes qui appartiennent aux éléments combinés sont égales et contraires, ou, ce qui revient encore au même, si le corps composé qui se trouve dans la tranche M est parfaitement neutre, auquel cas m et n ont toujours des valeurs de signes contraires, l'on a pour la force décomposante du circuit l'expression suivante :

$$4i\frac{mn}{n-m}S.$$

La forme de l'expression générale obtenue pour la force décomposante du circuit fait voir que cette force disparaît : premièrement, quand $S=o$, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de courant électrique ; secondement, quand $z=o$ ou $z=1$, c'est-à-dire quand le corps soumis à la décomposition n'est pas composé ; troisièmement, quand l'on a $m\beta - n\alpha = o$, c'est-à-dire quand les densités des éléments sont proportionnelles à leurs tensions latentes ; cette condition ne peut jamais se trouver réalisée pour des éléments constituants qui se trouvent dans des états électriques opposés.

Toutes les expressions obtenues pour la force décomposante du circuit se rapportent à l'étendue entière de la section correspondant au point que l'on considère; si l'on voulait ramener à l'unité de surface la valeur de la force décomposante, il faudrait diviser les expressions par la grandeur de la section, comme nous l'avons déjà fait remarquer (§ 30), dans un cas analogue.

33. Équilibre établi entre la force décomposante, la force d'affinité et la force de réaction. — Maintenant admettons que la force décomposante soit en état de triompher de la force d'affinité que les éléments constituants du disque possèdent en vertu de leurs états électriques contraires; il en résultera nécessairement une modification dans l'état de combinaison de ces éléments, et un tel changement dans la constitution physique du circuit réagira sur le courant lui-même et le modifiera à son tour; nous allons tâcher d'acquérir une connaissance plus exacte de ces modifications dont l'étude offre un grand intérêt.

Pour cela, représentons-nous une portion de circuit galvanique, formée d'un corps fluide homogène dans lequel s'effectue une décomposition; dans tous les points de cette partie de circuit, les éléments d'une certaine espèce tendront à se porter vers l'un des côtés du circuit avec plus de force que les éléments de l'autre espèce; or, puisque nous supposons que l'affinité des éléments constituants se trouve vaincue par les forces mises en jeu, l'on voit aisément, en tenant compte de la nature particulière des fluides, que les molécules d'une espèce doivent effectivement se diriger vers l'un des côtés du circuit, et les molécules de l'autre espèce vers l'autre côté. Il se produit donc nécessairement d'un côté une accumulation de molécules d'une espèce, et du côté opposé une accumulation de molécules de l'autre espèce. Mais du moment que l'un des éléments se trouve prépondérant sur l'un des côtés d'une tranche, il fait, par là même, obstacle au mouvement des molécules de même espèce qui se trouvent dans la tranche voisine, puisqu'il y a une force répulsive entre les molécules de même nature. La force décomposante a donc à vaincre non-seulement l'affinité qui réunit les éléments constituants d'une tranche, mais encore la force de réaction provenant des tranches voisines. Maintenant deux cas peuvent se présenter : dans l'un, la force décomposante du courant électrique reste constamment supérieure à toutes les forces qui lui sont opposées, et alors il est évident que l'action aboutit à la séparation complète des éléments constituants. La masse entière de l'un de ces éléments se porte à l'une des extrémités de la portion de circuit que l'on considère, toute la masse de l'autre élément se réunit à l'autre extrémité ; dans le second cas, il existe entre les forces mises en jeu une relation telle, que les forces qui font obstacle à la décomposition finissent, au bout d'un certain temps, par tenir en équilibre la force décomposante. A partir de ce moment, il n'y a plus de décomposition et la portion de circuit dont nous nous occupons se trouve alors dans un état remarquable, les éléments se distribuant d'une façon particulière, que nous allons maintenant étudier. Nommons Z la force décomposante du courant, correspondant à une tranche quelconque de la partie de circuit qui est soumise à la décomposition, Y la force de réaction que les tranches voisines opposent à l'action décomposante du courant, et X la force d'affinité qui réunit les deux éléments constituants dans la tranche considérée ; il est évident que la distribution correspondant à l'état d'équilibre de la portion de circuit dont nous nous occupons sera donnée par l'équation

$$X + Y = Z;$$

et d'après le paragraphe précédent nous savons déjà que l'on a

$$Z = 4iz(1-z)\frac{m\beta - n\alpha}{\alpha z + \beta(1-z)}.S\,;$$

ou, en remplaçant S par sa valeur $k\omega\frac{du}{dx}$,

$$Z = 4k\omega\frac{du}{dx}.iz(1-z)\frac{m\beta - n\alpha}{\alpha z + \beta(1-z)}.$$

Avant d'aller plus loin, nous ajouterons encore les remarques suivantes à ce qui vient d'être dit : nous supposons le circuit tellement constitué, qu'aux limites de la partie dont il est ici question se trouvent des obstacles insurmontables, qui ne permettent pas aux molécules de se transporter plus loin ; on voit donc que les couches les plus extérieures des deux éléments constituants, qui ne peuvent pas être évidemment en équilibre d'elles-mêmes, doivent abandonner la portion de circuit dans laquelle nous avons supposé jusqu'ici les deux éléments placés; les molécules qui composent ces couches passent dans les parties adjacentes, ou pour d'autres causes quelconques se séparent tout à fait du circuit. Nous n'insisterons pas sur la modification du phénomène que nous venons de mentionner en dernier lieu, bien qu'elle se présente fréquemment dans la nature ; il suffit de rappeler la décomposition de l'eau, l'oxydation et l'acidification des métaux qui s'opèrent d'un côté du circuit, et les changements chimiques de nature contraire qu'éprouvent les métaux du côté opposé, ces derniers changements avaient été jusqu'ici moins bien étudiés, mais ils ont été mis complétement hors de doute par les remarquables expériences de Pohl sur la réaction des métaux. Laissant de côté ces phénomènes, nous ferons remarquer la différence qui existe entre la propagation de l'électricité, dont nous nous sommes occupé d'abord, et le transport moléculaire que nous considérons maintenant; quand l'électricité se propage par voie de conduction, les forces mises en jeu luttent sans obstacle les unes contre les autres, et pour ainsi dire sans intervention de corps matériels ; ces mêmes forces, dans le cas qui nous occupe, s'exercent sur des masses et cette circonstance diminue leur activité. Il en résulte que la vitesse doit dans ce dernier cas être incomparablement plus petite que dans le premier, quelque hypothèse que nous admettions d'ailleurs sur la nature intime de l'électricité, qu'elle soit quelque chose de matériel ou non. Nous ne devons donc pas nous attendre à ce que l'état d'équilibre qui fait l'objet de nos recherches actuelles s'établisse jamais instantanément, comme cela arrive dans le cas de la propagation par voie de conduction. Nous devons prévoir, au contraire, que l'état permanent ne s'établira, par rapport à la combinaison chimique des éléments, qu'au bout d'un temps appréciable, plus ou moins long.

Après ces observations préliminaires, nous allons passer à la détermination des valeurs individuelles de X et de Y.

34. Expression de la force d'affinité. — Pour obtenir la valeur de X, il suffit de considérer que la grandeur de l'affinité est déterminée par la force avec laquelle les deux éléments constituants s'attirent ou se repoussent en raison de leurs états électriques contraires; d'après ce qui a été démontré dans le paragraphe 30, cette force est proportionnelle aux tensions latentes mz et $n\ (1-z)$ que possèdent les éléments constituants de la tranche M; elle dépend, en outre, d'une fonction qui doit être déterminée d'après la grandeur, la forme et la distance des molécules de natures différentes, et que nous désignerons par 4φ; lors donc qu'on rapporte la force d'affinité à l'étendue de la section ω, l'on a

$$X = -4 . \varphi\, m n z\, (1 - z)\ \omega.$$

Nous plaçons le signe — en avant de l'expression obtenue pour la grandeur de l'affinité, parce que les éléments constituants ne s'attirent mutuellement qu'autant que m et n sont affectés de signes contraires. Quand m et n ont le même signe, les éléments constituants exercent l'un sur l'autre une action répulsive, qui seconde la force décomposante au lieu de lui faire obstacle. D'après cette remarque on voit, au premier coup d'œil, qu'il faut attribuer à la fonction φ une valeur positive ou négative, suivant que l'expression que l'on prend pour la force décomposante est elle-même positive ou négative. Par conséquent la fonction φ change de signe quand la direction de la force décomposante est successivement rapportée à l'un et à l'autre des éléments constituants. La nature de la fonction φ nous est aussi peu connue que la forme et la grandeur des molécules dont elle dépend. Mais pour la recherche dont nous nous occupons, on peut considérer sa valeur absolue comme constante ; car la grandeur et la forme des molécules qui réagissent l'une sur l'autre peuvent être regardées comme invariables tant que les éléments constituants restent les mêmes; et comme nous supposons d'ailleurs que les éléments constituants d'une combinaison chimique occupent toujours le même espace, unis ou séparés, il est inutile de prendre en considération la distance mutuelle des molécules de natures différentes, puisqu'on a déjà tenu compte de cette distance en déterminant les tensions qui appartiennent à la tranche M.

35. Expression de la force de réaction.—Maintenant, pour obtenir la valeur de la force de réaction Y que l'électricité latente des tranches voisines oppose à la force décomposante de la tranche M, nous n'avons pas autre chose à faire que de remplacer, dans l'expression de Z, u par la somme des tensions latentes de la tranche M. Cette somme étant égale à $mz + n(1-z)$, on arrive aisément à la détermination de cette force Y, qui résulte d'un changement dans la proportion des éléments constituants et qui fait obstacle à la force décomposante ; on l'obtient en lui donnant le signe convenable, au moyen de l'équation suivante :

$$Y = 4k\omega \frac{dz}{dx} i(n-m) . z(1-z) \frac{m\beta - n\alpha}{\alpha z + \beta(1-z)}.$$

Maintenant, remplaçons X, Y et Z par les valeurs obtenues dans l'équation

$$X + Y = Z;$$

supprimons le facteur commun $4z(1-z)$ et multiplions l'équation par $\frac{\alpha z + \beta(1-z)}{i(m\beta - n\alpha)}$; nous aurons l'équation suivante pour déterminer la condition à laquelle doit satisfaire la combinaison chimique des deux éléments constituants, lorsque l'état permanent est établi :

$$o = k\omega \frac{du}{dx} + \frac{\varphi mn}{i(m\beta - n\alpha)} \{ \alpha z + \beta(1-z) \} \omega - k\omega(n-m)\frac{dz}{dx};$$

si l'on pose

$$\frac{\varphi mn}{i(m\beta - n\alpha)} = \psi = \frac{k\varphi mn}{k'(m\beta - n\alpha)},$$

cette équation devient

$$o = k\omega \frac{du}{dx} + \psi\omega \{ \alpha z + \beta(1-z) \} - k\omega(n-m)\frac{dz}{dx}; \qquad (\delta)$$

cette équation ne change pas (et elle ne doit pas, en effet, changer, d'après la nature du sujet), quand on remplace respectivement les quantités m, α, z par les quantités n, β, $1-z$, et qu'en même temps on change le signe de φ : car, d'après la remarque du paragraphe précédent, cette transformation revient à changer la direction de la décomposition, à rapporter cette direction à l'un des éléments constituants au lieu de la rapporter à l'autre.

36. Loi hypothétique relative à la conductibilité des mélanges. — Maintenant, pour déduire de l'équation précédente le mode de distribution des deux éléments constituants dans le liquide, c'est-à-dire la valeur de z, il est nécessaire de connaître la conductibilité k et la tension u de chacun des points de la partie du circuit dans laquelle la décomposition s'opère, et ces quantités dépendent à leur tour de la répartition des éléments. Jusqu'à présent, l'expérience ne nous a pas fait connaître d'une manière certaine les variations de conductibilité qui se produisent quand deux liquides sont mêlés dans des proportions différentes, et nous ignorons également la loi des forces électromotrices qui résultent du contact de deux liquides formés des mêmes éléments dans des proportions diverses. Si nous ne nous trompons, cette dernière loi n'a encore été l'objet d'aucune recherche ; et quant aux changements de conductibilité qu'éprouve un liquide mélangé à un autre liquide, les expériences de Gay-Lussac et de Davy ne suffisent pas pour en déterminer définitivement la loi. D'après cela, nous avons été conduit à suppléer par une hypothèse au défaut d'observations expérimentales. Nous nous sommes efforcé de saisir la nature de l'action dont il s'agit, d'après ses rapports avec d'autres actions dont les propriétés sont mieux connues; mais pourtant nous ne voulons pas qu'on voie autre chose dans notre théorie qu'une fiction qui ne doit rester debout que jusqu'au moment où l'expérience nous aura fait connaître la loi véritable.

D'abord, pour ce qui regarde les changements de conductibilité résultant du mélange de deux corps, nous avons pris pour guide les considérations suivantes : considérons deux parties adjacentes d'un circuit, ayant la même tension ω; désignons par v et w leurs longueurs respectives, par a et b leurs conductibilités, par A la somme des forces électromotrices du circuit et par L la longueur réduite des autres parties qui le composent; d'après les formules précédemment établies, l'intensité du courant sera exprimée par

$$\frac{A}{L+\frac{v}{a\omega}+\frac{w}{b\omega}}.$$

Maintenant, si l'on imagine un conducteur de même section, de longueur $v+w$ et de conductibilité k, qui puisse être substitué aux deux premiers sans que l'intensité du courant soit modifiée, il faudra que l'on ait, comme l'on sait,

$$\frac{v}{a\omega}+\frac{w}{b\omega}=\frac{v+w}{k\omega},$$

d'où l'on tire

$$k=\frac{ab\,(v+w)}{bv+aw}.$$

Maintenant il n'est pas indispensable que la longueur v soit placée tout d'une pièce à côté de la longueur entière w; on peut encore, sans changer l'intensité du courant, imaginer que ces deux longueurs sont divisées en un nombre quelconque de tranches disposées dans un ordre arbitraire ; il faut seulement que les tranches extrêmes restent toujours de même nature ; autrement la somme des forces électromotrices et par conséquent l'intensité du courant se trouveraient modifiées. Si cette loi, qui peut s'appliquer à tout mélange mécanique, est étendue aux combinaisons chimiques, la valeur que nous venons de trouver pour k fera connaître la conductibilité du mélange. Il faut supposer toutefois que, même après le mélange, les deux parties de circuit occupent le même espace total, car il est évident que v et w sont proportionnels aux espaces qu'occupent les deux corps mélangés.

Maintenant appliquons ce résultat à la question qui nous occupe et remplaçons en conséquence v et w par les quantités z et $1-z$ qui représentent les rapports des espaces que les deux éléments constituants occupent dans la tranche M ; si nous désignons par a la conductibilité de l'élément A, par b celle de l'élément B et par k celle du mélange contenu dans la tranche M, nous obtiendrons pour k l'expression suivante :

$$k = \frac{ab}{a + (b - a)z}.$$

37. La longueur réduite de la partie du circuit où la décomposition s'opère est invariable. — Après avoir déterminé de cette manière la conductibilité qui appartient à un point quelconque de la partie du circuit qui subit la décomposition, il ne nous reste plus qu'à trouver pour un point quelconque de cette même partie la nature de la fonction u. Or, les forces électromotrices et les longueurs réduites de la portion de circuit qui n'éprouve pas de changements chimiques sont invariables et données ; il résulte par conséquent, de l'équation du paragraphe 18, qui est encore applicable au cas actuel, que pour connaître complétement la fonction u il suffit de pouvoir obtenir les forces électromotrices et les longueurs réduites de la partie du circuit où s'opèrent les actions chimiques.

Mais la longueur réduite de la tranche M est évidemment

$$\frac{dx}{k\omega},$$

ou, en remplaçant k par la valeur qui vient d'être obtenue,

$$\frac{a + (b - a)\, z}{ab\omega}\, dx.$$

On obtiendra donc la longueur réduite d'une portion quelconque de l'étendue où la décomposition s'opère en intégrant l'expression qui précède et en donnant à l'intégrale des limites correspondant au commencement et à la fin de la partie que l'on considère. Maintenant l'intégrale

$$\int \frac{a + (b - a) z}{ab\omega}\, dx$$

peut s'écrire :

$$\frac{l}{b\omega} + \frac{b - a}{ab\omega^2} \int z\omega\, dx,$$

en désignant par l la longueur de la partie que doit embrasser l'intégrale. Or, $z\omega\, dx$ ne représente pas autre chose que l'espace occupé dans la tranche M par l'élément constituant A, et par conséquent $\int z\omega\, dx$ exprime la somme de tous les espaces qu'occupe le même élément dans la partie de circuit dont il s'agit de trouver la longueur réduite. On peut donc aisément se convaincre que la longueur réduite de toute l'étendue soumise à la décomposition reste invariable pendant la durée des transformations chimiques, puisque d'après notre hypothèse chaque élément constituant occupe toujours et dans toutes les circonstances le même espace total. Ce résultat peut être immédiatement déduit du principe établi dans le paragraphe précédent. Il faut remarquer toutefois que l'invariabilité n'appartient qu'à la *totalité* de l'étendue dans laquelle la décomposition s'opère ; en général, la longueur réduite d'une partie de cette étendue dépend non-seulement de sa longueur réelle, mais encore de la distribution actuelle des éléments constituants, et par conséquent il faut la déterminer préalablement de la manière qui a été indiquée.

38. Loi relative aux variations de la force électromotrice. — Il nous reste enfin à déterminer les modifications que subit la force électromotrice, en raison des actions chimiques qui s'opèrent dans la partie de circuit dont nous nous occupons. Pour cela nous admettrons le principe suivant, en attendant que l'expérience nous ait fourni des bases plus certaines; la force électromotrice résultant du contact de deux corps est proportionnelle d'abord à la différence de leurs tensions latentes, et ensuite à une fonction que nous appellerons *coefficient de force électromotrice ;* cette fonction dépend de la grandeur, de la position et de la forme des molécules qui réagissent l'une sur l'autre au point de contact. On peut déduire de cette hypothèse la loi qui régit les forces électromotrices développées par le contact des métaux ; il suffit pour cela d'admettre que le coefficient de force électromotrice est le même pour tous les métaux, quand toutes les autres circonstances restent les mêmes; en outre, le principe que nous admettons permet d'expliquer pourquoi la force électromotrice dépend non-seulement de l'antagonisme chimique des deux corps, mais aussi de leurs densités relatives, et pourquoi, par conséquent, elle peut être différente, à différentes températures. Maintenant les considérations que nous avons fait valoir dans le paragraphe 34, lorsqu'il s'agissait de déterminer la force d'affinité qui réunit les deux éléments constituants d'un corps composé, peuvent encore s'appliquer ici, et en conséquence nous regarderons la fonction inconnue qui dépend de la grandeur, de la position et de la forme des molécules en contact, comme constante dans toute l'étendue de la portion de circuit où la décomposition s'opère et nous la désignerons par φ'; cela posé, la tension latente de la tranche M qui correspond à l'abscisse x est exprimée par

$$n + (m - n)\, z,$$

celle de la tranche M' qui correspond à l'abscisse $x + dx$ par

$$n + (m - n)\, z + (m - n)\, dz.$$

Par conséquent la force électromotrice résultant du contact des tranches M et M' a pour valeur

$$-\varphi'(m - n)\, dz,$$

et la somme de toutes les forces électromotrices développées dans toute l'étendue de la portion de circuit où s'opèrent des actions chimiques sera

$$-\varphi'(m - n)(z'' - z'),$$

en représentant par z' et z'' les valeurs de z qui correspondent aux deux extrémités de la partie de circuit en question.

Indépendamment de la modification que nous venons d'analyser, la force électromotrice du circuit en éprouve encore une seconde; celle-ci dépend des contacts établis entre les extrémités de la partie du circuit où s'opèrent des actions chimiques et les autres parties dont la nature chimique est invariable. Tant que la décomposition n'est pas arrivée à l'état permanent, les extrémités de la partie décomposée changent graduellement de nature et développent par conséquent des forces électromotrices variables. Appelons ζ la valeur de z qui appartient à un point quelconque de la partie de circuit dont nous nous occupons, avant que l'action chimique ait commencé, et désignons par φ'' le coefficient de force électromotrice qui correspond aux deux extrémités de cette partie, en supposant qu'il soit le même pour l'un et pour l'autre ; représentons, en outre, par μ et ν les tensions latentes des points de la partie chimiquement invariable du circuit qui touchent la partie variable. On pourra déterminer séparément les forces électromotrices correspondant à ces points ; elles ont pour valeurs respectives, avant le commencement de l'action chimique,

$$\varphi''\{\mu - [n + (m - n)\zeta]\}$$

et

$$\varphi''\{[n + (m - n)\zeta] - \nu\};$$

quand la décomposition est arrivée à l'état permanent, elles sont représentées par les expressions suivantes, dans lesquelles on désigne, comme ci-dessus, par z et z' les valeurs de z, correspondant dans l'état permanent aux points extrêmes :

$$\varphi''\{\mu-[n+(m-n)z']\}$$

et
$$\varphi''\{[n+(m-n)z'']-\nu\}.$$

Leur somme est, dans un cas,

$$\varphi''(\mu-\nu),$$

et dans l'autre,

$$\varphi''(\mu-\nu)+\varphi''(m-n)(z''-z');$$

par conséquent, l'accroissement de force électromotrice aux points extrêmes est

$$\varphi''(m-n)(z''-z').$$

Si l'on ajoute cette variation de la force électromotrice à celle qui a été trouvée plus haut, on obtient la variation totale de la force électromotrice qui résulte de la décomposition au moment où l'état permanent commence ; elle est représentée par

$$(\varphi''-\varphi')(m-n)(z''-z'),$$

expression qui peut s'écrire :

$$-\Phi(n-m)(z''-z').$$

en remplaçant $(\varphi''-\varphi')$ par Φ. Représentons maintenant par S l'intensité du courant, et par A la somme des forces électromotrices du circuit avant qu'aucune action chimique se soit produite, par S' l'intensité du courant quand l'action chimique est arrivée à l'état permanent, et enfin par L la longueur réduite de tout le circuit qui, comme nous l'avons vu, reste la même dans tous les cas, nous aurons

$$S'=\frac{A-\Phi(n-m)(z''-z')}{L};$$

ou, en remplaçant $\frac{A}{L}$ par sa valeur S :

$$S' = S - \frac{\Phi(n-m)(z''-z')}{L};$$

de telle sorte que $\frac{\Phi(n-m)(z''-z')}{L}$ représente la diminution d'intensité que le courant éprouve par suite de l'action chimique.

39. Distribution des éléments dans la partie du circuit où la décomposition s'opère. — Après toutes les considérations préliminaires qui précèdent, nous allons nous occuper enfin de déterminer la distribution des éléments dans la partie de circuit soumise à la décomposition, et la variation d'intensité que le courant éprouve dans toute l'étendue du circuit par suite de l'action chimique, en nous bornant toutefois à considérer cette action dans l'état permanent. Reprenons l'équation (δ) qui a été établie dans le numéro 35 ; substituons à $k\omega \frac{du}{dx}$ sa valeur S′ qui, comme nous venons de le voir, dépend exclusivement de certaines valeurs de z déterminées et invariables, et qui peut, par conséquent, être considérée dans le calcul comme une quantité constante ; enfin, remplaçons k par sa valeur obtenue dans le paragraphe 36, $\frac{ab}{a+(b-a)z}$; l'équation prendra la forme suivante :

$$o = S' + \psi\omega\beta + \psi\omega(\alpha-\beta)z - \frac{ab\omega(n-m)}{a+(b-a)z} \cdot \frac{dz}{dx};$$

ou, en remplaçant $S' + \psi\omega\beta$ par Σ et $\psi\omega(\alpha-\beta)$ par Ω,

$$o = \Sigma + \Omega z - \frac{ab\omega(n-m)}{a+(b-a)z} \frac{dz}{dx}.$$

En intégrant, on obtient l'équation suivante :

$$c = \frac{(b-a)\Sigma - a\Omega}{ab\omega(n-m)} x + \log. \frac{\Sigma + \Omega z}{a+(b-a)z},$$

dans laquelle c représente une constante à déterminer. Maintenant si nous désignons par χ l'abscisse appartenant au point par lequel z a conservé la valeur ζ qui appartenait, avant le commencement de l'action chimique, à toute la portion de circuit dans laquelle cette action s'exerce, et si nous déterminons la constante c d'après cette donnée, notre dernière équation prend la forme suivante :

$$\frac{\Sigma+\Omega z}{a+(b-a)z}=\frac{\Sigma+\Omega\zeta}{a+(b-a)\zeta}\cdot e^{\frac{(b-a)\Sigma-a\Omega}{ab\omega(n-m)}(\chi-x)},$$

e représentant la base des logarithmes naturels.

On arrive à déterminer la valeur de χ par la considération suivante : ζ représentant l'espace que l'élément constituant A occupe dans chacune des tranches de la partie décomposable du circuit, avant le commencement de l'action chimique, si l'on désigne par l la longueur réelle de cette partie, $l\zeta$ représente la somme de tous les espaces que l'élément constituant A occupe dans toute l'étendue de la partie décomposable. Mais cette somme ne doit pas changer de valeur, même après que la décomposition chimique a eu lieu, puisque, d'après notre hypothèse, les éléments constituants ne peuvent sortir de la partie de circuit que nous considérons et qu'ils occupent dans toutes les circonstances le même espace total; on a donc

$$l\zeta=\int zdx\,;$$

z doit être remplacé par sa valeur tirée de l'équation précédente et il faut prendre pour limites de l'intégrale les abscisses correspondant aux extrémités de la partie décomposable.

Ces deux dernières équations, réunies à celles qui ont été obtenues à la fin du précédent paragraphe, répondent à toutes les questions qui peuvent être posées, soit par rapport à la distribution des éléments dans l'état permanent, soit par rapport aux variations que subit l'intensité du courant par suite de l'action chimique; ces équations fournissent donc la base d'une théorie complète de ces phénomènes; mais pour édifier cette théorie, il faut attendre que l'expérience nous ait fourni de nouvelles données; autrement on ne ferait que s'égarer dans un rêve philosophique, en entassant les uns sur les autres des matériaux problématiques.

40. Examen d'un cas particulier. — En terminant ces recherches, nous allons encore examiner un cas particulier qui conduit à des expressions simples et permet, en conséquence, d'apercevoir plus aisément la nature des variations que le courant éprouve en raison des modifications chimiques du circuit. Supposons que l'on ait $a=b$ et $\alpha=\beta$; l'équation différentielle établie dans le paragraphe précédent devient

$$o=\varkappa dx-a\omega(n-m)dz,$$

et l'intégration donne

$$z-\zeta=\frac{\varkappa(x-\chi)}{a\omega(n-m)},$$

χ représentant toujours la valeur de x qui correspond à $z=\zeta$. Puisque, dans le cas actuel, la valeur de z varie toujours de la même quantité, pour une variation donnée de l'abscisse, l'abscisse χ correspondant à la valeur moyenne ζ, qui appartenait avant le commencement de l'action chimique à tous les points de la partie décomposable, doit se rapporter au point milieu de cette partie; par conséquent, si nous continuons à représenter par z' et par z'' les valeurs de z qui correspondent aux deux extrémités de la partie décomposable du circuit, et si nous désignons par l la longueur réelle de cette partie, notre dernière équation nous fournira les relations suivantes :

$$z''-\zeta=+\frac{1}{2}\,\frac{l\varkappa}{a\omega(n-m)}$$

et

$$z'-\zeta=-\frac{1}{2}\,\frac{l\varkappa}{a\omega(n-m)}.$$

De ces deux nouvelles équations on tire

$$(n-m)(z''-z')=\frac{l\Sigma}{a\omega};$$

ou, en remplaçant par la lettre λ l'expression $a\omega$ qui ne représente pas autre chose que la longueur réduite invariable de la partie décomposable du circuit,

$$(n-m)(z''-z')=\lambda\Sigma.$$

En substituant cette valeur de $(n-m)(z''-z')$ dans l'équation du paragraphe 38,

$$S'=S-\frac{\Phi(n-m)(z''-z')}{L},$$

et en remplaçant Σ par sa valeur $S'+\psi\omega\alpha$, on a

$$S'=S-\frac{\Phi\lambda}{L}(S'+\psi\omega\alpha).$$

La forme de cette équation est très-propre à faire connaître d'une manière générale la nature des variations que le courant éprouve par suite des actions chimiques, et les résultats auxquels elle conduit sont parfaitement d'accord avec les expériences que j'ai exécutées sur les oscillations de l'intensité dans les circuits électriques; je n'ai publié que la plus petite partie de ces expériences qui ont été très-multipliées [1].

[1] *Schweigger's Jahrbuch*, 1825, 1re partie, et 1826, 2e partie.

NOTES DU TRADUCTEUR

Note A. — Sur l'équation différentielle fondamentale (a) du paragraphe 11.

Il n'est pas indispensable d'employer la méthode spéciale de l'auteur pour arriver à l'équation différentielle (a) du paragraphe 11 ; on peut l'établir d'une façon qui me paraît plus simple et plus rigoureuse à la fois, en procédant absolument comme le fait Fourier pour obtenir l'équation relative au mouvement de la chaleur. Lorsque l'on adopte cette marche, tous les raisonnements contenus dans les paragraphes de 2 à 11 du mémoire peuvent être remplacés par la démonstration suivante :

La théorie de la propagation de l'électricité repose sur les trois principes fondamentaux que je vais indiquer :

1° Lorsque l'électricité passe d'une molécule intérieure d'un corps à une autre, la quantité d'électricité, qui dans un temps donné abandonne une des molécules pour s'unir à l'autre, est proportionnelle à la différence des tensions des deux molécules. De plus cette communication d'électricité ne s'opère qu'entre des molécules dont la distance mutuelle est très-petite, et à différences égales de tension, la quantité d'électricité transmise décroît très-rapidement, quand la distance des deux molécules augmente : ainsi appelant t le temps, u' et u les tensions respectives des deux molécules, s leur distance, la quantité d'électricité qui passe de l'une à l'autre pendant l'élément du temps dt est exprimée par

$$dt(u' - u) \cdot F(s),$$

en désignant par $F(s)$ une fonction inconnue, mais qui est telle que ses valeurs étant finies pour des valeurs de s aussi petites que l'on voudra les supposer, ces mêmes valeurs décroissent très-rapidement quand s augmente et deviennent infiniment petites quand on attribue à s une valeur finie sensible. La fonction $F(s)$ est regardée comme demeurant la même pour toutes les parties d'une même substance, mais comme changeant en général d'une substance à une autre.

Le principe qui vient d'être énoncé est le fondement principal de la théorie; il n'est présenté que comme une hypothèse; mais lorsqu'on le développe par le calcul, il représente très-fidèlement (jusqu'à présent du moins) les effets naturels. J'ajouterai que mes récentes expériences sur la propagation de l'électricité dans les mauvais conducteurs démontrent *à priori* son exactitude, au moins pour le cas particulier que j'ai envisagé. Ce principe est exactement le même que celui qui sert de point de départ à la théorie de la chaleur.

2° Lorsqu'un corps électrisé est placé dans l'air atmosphérique, une partie de son électricité s'échappe par sa surface, et la quantité qui traverse dans un temps donné un élément de cette surface est proportionnelle, d'une part, à la tension de l'élément, de l'autre à un coefficient qui varie avec l'état de l'air. Ainsi, e étant l'aire superficielle de l'élément, u sa tension et b désignant un coefficient constant qui dépend principalement, sinon exclusivement, de l'état de l'air, la quantité d'électricité qui traverse l'élément dans le temps infiniment petit dt est exprimée par

$$b\,e\,u.dt$$

Cette seconde loi, qui résulte des expériences de Coulomb, est encore commune à l'électricité et à la chaleur, car la quantité de chaleur qui s'échappe d'un corps est proportionnelle, comme on le sait, à l'excès de sa température sur celle du milieu et par conséquent proportionnelle à la température du corps, quand la température du milieu environnant est zéro. Il y aurait seulement cette différence que, d'après les expériences de Coulomb, le coefficient constant dépendrait uniquement de l'état de l'air dans le cas de l'électricité, tandis que ce coefficient, dans le cas de la chaleur, dépend de la nature du milieu environnant et de l'état de la surface du corps échauffé. Mais je ne sais pas même si cette différence de détail existe ; car, d'après les recherches que j'ai publiées, il y a quelque temps (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 11 avril 1859), sur les deux conductibilités du verre, il paraît démontré que, dans certains cas au moins, la quantité d'électricité qui passe d'un corps dans un autre varierait avec l'état de la surface des corps.

3° Lorsque deux corps différents se touchent, la tension qu'ils possèdent de l'un et de l'autre côté de la surface de contact présente toujours une différence constante que l'on désigne sous le nom de *force électromotrice ;* cette loi, découverte par Volta, est un résultat de l'expérience.

Les deux premiers principes sont communs à l'électricité et à la chaleur ; le troisième appartient exclusivement à l'électricité ; mais il faut remarquer que ce troisième principe sert uniquement à déterminer les constantes de l'équation en termes finis; on ne s'appuie que sur les deux premiers pour obtenir l'équation différentielle et par conséquent il est évident *à priori* que cette équation différentielle doit appartenir à la fois à la chaleur et à l'électricité. On peut remarquer en outre que cette équation ne convient pas exclusivement au mouvement de l'électricité développé dans les circuits galvaniques ; on l'obtient, comme je viens de le dire, sans s'appuyer sur les propriétés qui caractérisent cette classe de circuits ; elle est, par conséquent, applicable à un mouvement électrique quelconque et notamment à celui qui a été l'objet de mes dernières recherches (au mouvement qui se produit quand l'électricité, accumulée sur un réservoir au moyen d'un appareil à frottement, s'écoule de là dans le sol).

Il est facile de déduire de ces principes l'équation différentielle fondamentale, mais il est nécessaire de fixer d'abord le sens du mot *conductibilité* et d'établir un théorème sur lequel nous aurons à nous appuyer.

Considérons en premier lieu un corps solide compris entre deux plans parallèles et infinis A, B (*fig. 4*); admettons que tous les point du plan A soient maintenus à une tension U et que tous les points du plan B soient également maintenus à une tension V moins forte que la première. L'électricité tendra à passer de A à B et il s'établira dans l'intérieur du corps des tensions intermédiaires qui seront évidemment les mêmes pour tous les points de chaque section faite parallèlement aux faces A et B. L'état des tensions du corps deviendra constant lorsque chaque tranche comprise entre deux plans parallèles aux faces A et B perdra par la droite autant d'électricité qu'elle en recevra par la gauche. Or, on peut affirmer que cet état permanent des tensions aura lieu lorsqu'elles décroîtront uniformément dans l'intérieur du corps de A à B, en sorte qu'en appelant a l'épaisseur AB, x la distance d'un point quelconque à la face A, et u la tension qui a lieu dans ce point, on ait toujours

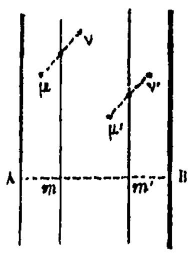

Fig. 4.

$$u = U - (U - V)\frac{x}{a} \quad .$$

On démontrera la proposition qui vient d'être énoncée, si l'on prouve qu'en admettant cette loi de décroissement des tensions, la quantité d'électricité qui traversera dans un temps quelconque une section m faite dans l'intérieur du corps parallèlement aux deux faces sera égale à la quantité d'électricité qui traversera dans le même temps toute autre section semblable m', puisque, la tranche mm' perdant alors par m' autant de chaleur qu'elle en reçoit par m, aucune variation ne pourra survenir dans sa tension; pour le prouver, remarquons que les quantités d'électricité qui traversent respectivement chaque point des plans m, m' résultent de l'action réciproque de systèmes de molécules μ, ν ou μ', ν' placées de part et d'autre de ces points; à un système donné μ, ν pour le premier plan répond toujours un système pareil μ', ν' pour le second plan, de telle sorte que les distances absolues $\mu\ \nu$, $\mu'\ \nu'$ des molécules, et leurs distances mesurées perpendiculairement aux faces des corps (c'est-à-dire les différences de leurs abscisses x) ne diffèrent nullement ; l'excès de la tension d'une des molécules sur celle de l'autre sera donc aussi le même dans chaque système, puisque l'on suppose ici le décroissement des tensions proportionnel à x. Donc, d'après le premier principe, la quantité d'électricité envoyée par μ à ν et celle qui est envoyée par μ' à ν' sont égales entre elles. La même chose pouvant se dire pour tous les systèmes de molécules semblables à ceux-ci, on en conclut nécessairement que chaque point des deux plans m, m' est constamment traversé par des quantités égales d'électricité.

Ainsi les tensions intérieures étant données par l'expression $u = \mathrm{U} - (\mathrm{U} - \mathrm{V})\,\dfrac{x}{a}$, ces tensions sont permanentes et toutes les sections du corps sont constamment traversées par des quantités égales d'électricité.

Considérons maintenant avec le corps AB (*fig.* 5), dont la tension est donnée par l'équation

$$u = \mathrm{U} - (\mathrm{U} - \mathrm{V})\,\frac{x}{a},$$

un second solide pareil et formé de la même substance, mais dont l'épaisseur soit a' et dont les faces A′ et B′ soient maintenues aux tensions constantes U′ et V′. On aura également pour ce second solide

$$u = \mathrm{U}' - (\mathrm{U}' - \mathrm{V}')\,\frac{x}{a'},$$

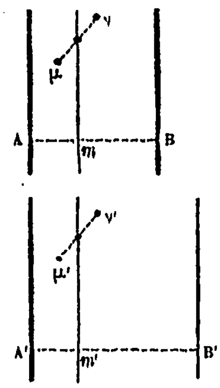

Fig. 5.

x désignant la distance d'un point quelconque à la face A′ et u la tension de ce point. Il s'agit de comparer les quantités d'électricité qui, dans chaque solide, traversent respectivement dans un temps donné les plans que l'on peut y mener parallèlement aux deux faces. Pour y parvenir, considérons dans les deux solides des plans m, m', menés à la même distance des faces A, A'. On remarquera, comme ci-dessus, que la quantité d'électricité qui traverse un point quelconque du plan m résulte de l'action d'une infinité de systèmes de molécules μ, ν placées de part et d'autre de ce point. Soient x, x' les abscisses des molécules μ, ν; d'après l'expression précédente, la différence de leurs tensions sera exprimée par $(U - V)\dfrac{x' - x}{a}$; de même les quantités d'électricité qui traversent un point quelconque du plan m' du second solide résultent de l'action d'une infinité de systèmes semblables, et il y a toujours deux molécules μ' et ν', dont les coordonnées, dans le second corps, sont égales aux coordonnées de μ et ν dans le premier. La différence des tensions de ces dernières molécules est exprimée par $(U' - V')\dfrac{x' - x}{a'}$. Il résulte donc de ce qui précède que l'électricité envoyée par μ à ν et l'électricité envoyée par μ' à ν' sont entre elles dans le rapport des quantités $\dfrac{U - V}{a}$ et $\dfrac{U' - V'}{a'}$, et la même conclusion s'appliquant à tous les systèmes de molécules semblables à ceux qui viennent d'être considérés, on en conclut que les quantités d'électricité qui traversent respectivement chaque point du plan m dans le premier corps et chaque point du plan m' dans le second corps sont également proportionnelles aux quantités $\dfrac{U - V}{a}$ et $\dfrac{U' - V'}{a'}$.

On désigne par l'expression de *flux d'électricité* la quantité d'électricité qui traverse dans l'unité de temps toutes les sections du corps. Les flux d'électricité qui ont lieu respectivement dans les solides que nous considérons sont donc entre eux dans le rapport des fractions $\dfrac{U - V}{a}$, et $\dfrac{U' - V'}{a'}$. Le flux est proportionnel à la différence des températures extrêmes et réciproque à l'épaisseur du corps.

Nous avons supposé jusqu'ici que les corps dont nous nous sommes occupés étaient compris entre des plans parallèles infinis ; mais tout ce que nous avons dit peut également s'appliquer à un prisme, dont la section est finie et quelconque, pourvu que l'on suppose que tous les points d'une même section pratiquée parallèlement aux bases du prisme restent constamment à la même tension.

Maintenant désignons par k la valeur que prend le flux d'électricité lorsque la différence $U - V$ des tensions extrêmes est égale à l'unité de tension et lorsque l'épaisseur du solide est égale à l'unité de longueur. La valeur du flux sera exprimée en général par

$$\frac{k(U-V)}{a}.$$

La quantité k doit être regardée comme un coefficient spécifique dont la valeur est variable d'une substance à l'autre et donne pour chacune la mesure de la facilité avec laquelle elle transmet l'électricité, c'est-à-dire de sa *conductibilité*. Maintenant il est facile d'obtenir l'équation différentielle qui caractérise le mouvement de l'électricité dans une barre prismatique en supposant que tous les points d'une même section perpendiculaire à l'axe soient constamment à la même tension.

Appelons ω la section du prisme et γ la capacité spécifique de la substance qui le forme. Si l'on considère l'élément du prisme, dont la longueur est dx et dont le volume est ωdx, on reconnaît que la tension de cet élément varie de $\frac{du}{dt}dt$ dans le temps dt et la différence entre la quantité d'électricité qu'il reçoit et celle qu'il perd dans le même temps est

$$\omega\gamma\, dx \frac{du}{dt} dt.$$

Maintenant la quantité d'électricité qu'il reçoit dans le temps dt par l'une de ses extrémités est $k\omega \frac{du}{dx} dt$; celle qu'il transmet par l'extrémité opposée est $k.\omega \left\{ \frac{du}{dx} + \frac{d^2u}{dx^2} dx \right\} dt$; celle qu'il perd par sa surface est $b.\ c\ dx\ u\ dt$, en désignant par c le périmètre de l'élément et par b le coefficient constant dont j'ai parlé en formulant le deuxième principe. Il suit de là que la quantité d'électricité qui reste dans l'élément est

$$\left\{ k\omega \frac{d^2u}{dx^2} - bcu \right\} dx\ dt\ ;$$

en égalant cette quantité à celle qui est nécessaire pour produire la variation de tension subie par cet élément, il vient

$$\gamma \frac{du}{dt} = k \frac{d^2u}{dx^2} - \frac{bc}{\omega} u\ ;$$

cette équation est précisément l'équation (a) du paragraphe 11.

La démonstration qui précède suppose que tous les points d'une même section perpendiculaire à l'axe sont constamment à la même tension, et cette hypothèse, qui a été admise par Ohm, se trouve en opposition avec quelques résultats d'expériences que j'ai récemment publiés (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 20 février 1860) ; il résulte en effet de ces expériences que dans certains cas au moins il n'y a de tension véritable qu'à la surface des conducteurs, bien que le flux transmis dans un temps donné soit toujours proportionnel à l'aire de la section. Mais il suffit de modifier très-légèrement l'équation différentielle pour la mettre d'accord avec les nouveaux faits d'observation que je viens de citer ; le flux restant proportionnel à la section du conducteur, la quantité d'électricité acquise par l'élément cylindrique dans l'élément du temps est toujours exprimée, comme ci-dessus, par

$$\left\{ k\omega \frac{d^2u}{dx^2} - bcu \right\} dx\ dt\ ;$$

mais puisqu'on suppose maintenant que la tension réside exclusivement à la surface du conducteur, la différence entre les quantités d'électricité reçues et les quantités perdues dans l'élément du temps doit être égale, non plus à $\omega\gamma\, dx \frac{du}{dt}\, dt$, mais bien à $c\gamma\, dx \frac{du}{dt}\, dt$, c représentant toujours le périmètre de la section ; alors l'équation différentielle devient

$$c\gamma \frac{du}{dt} = k\omega \frac{d^2u}{dx^2} - bcu\,;$$

quand b est nul, c'est-à-dire quand l'action de l'air est négligeable, elle se réduit à

$$\gamma \frac{du}{dt} = \frac{k\omega}{c} \frac{d^2u}{dx^2}.$$

La seule différence qui existe entre cette dernière équation et celle d'Ohm qui se rapporte au même cas consiste en ce que le coefficient k de l'équation d'Ohm se trouve ici remplacé par le quotient $\frac{k\omega}{c}$. Il résulte de là que, pour mettre d'accord les diverses formules déduites de l'équation différentielle d'Ohm avec les résultats d'expérience que j'ai obtenus, il suffit de remplacer dans ces formules k par $\frac{k\omega}{c}$.

J'ai supposé, pour plus de simplicité, que la quantité d'électricité distribuée sur un élément cylindrique était proportionnelle au périmètre de la section ; il n'en est pas toujours ainsi, mais pour que l'équation différentielle s'applique à tous les cas, il suffit d'admettre que la lettre c, au lieu de représenter le périmètre de la section, représente un coefficient dépendant tout à la fois de la grandeur et de la forme de cette section. Pour découvrir la signification de ce coefficient c, considérons un conducteur cylindrique et homogène de longueur l, communiquant par l'une de ses extrémités avec le sol et par l'autre extrémité avec une source constante dont la tension soit U, et admettons que l'origine des coordonnées soit placée à l'extrémité dont la tension est zéro. Dans l'état permanent des tensions, la tension correspondant à la section dont l'abscisse est x sera exprimée par $\frac{Ux}{l}$ et la quantité d'électricité qui se trouvera distribuée sur l'élément cylindrique correspondant à cette abscisse sera $\frac{c\,U\,x\,dx}{l}$; la charge dynamique du conducteur entier sera donc exprimée dans l'état permanent des tensions par $\frac{c\,U\,l}{2}$; c représenterait par conséquent le double de la charge dynamique totale du conducteur, si ce conducteur avait pour longueur l'unité de longueur et si la tension de la source était égale à l'unité de tension. Mais, j'ai fait voir (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 26 décembre 1859) que la charge dynamique d'un conducteur qui communique par l'une de ses extrémités avec le sol et par l'autre extrémité avec une source de tension donnée U, est précisément la moitié de la charge statique que prendrait le même conducteur, s'il était isolé et mis en communication par une de ses extrémités avec une source de même tension U; on peut donc dire que c représente la quantité d'électricité qui constituerait, dans l'état statique, la charge du conducteur cylindrique [1] que l'on considère, si ce conducteur réduit à l'unité de longueur était isolé et mis en communication par l'une de ses extrémités avec une source dont la tension fût égale à l'unité de tension. J'ai proposé d'appeler *coefficient de charge* cette quantité c; ce coefficient est, à proprement parler, une fonction dépendant de la grandeur et de la forme de la section qui peut toujours être déterminée, en principe du moins, au moyen de la théorie établie par Poisson; mais comme cette détermination comporte, dans certains cas du moins, d'assez grandes difficultés d'analyse, il me paraît commode de considérer la quantité c comme un coefficient à part qui devra dans chaque cas être déterminé par expérience comme le coefficient de conductibilité.

[1] Je prends ici le mot *cylindrique* dans son acception mathématique; j'entends par *cylindre* tout solide dont la surface peut être engendrée par le mouvement d'une ligne droite qui se déplace parallèlement à elle-même.

Note B. — Sur la vitesse de l'électricité.

Lois qui résultent de l'équation relative à l'état variable. — Les équations obtenues à la fin du paragraphe 23 permettent de reconnaître que la détermination de la *vitesse de l'électricité* est un problème complétement indéterminé, quand on l'envisage d'une manière générale, comme l'ont fait la plupart des physiciens qui s'en sont occupés. Quand on suppose que l'action de l'air environnant sur le circuit peut être considérée comme nulle, la tension qui correspond, au bout du temps t, au point dont l'abscisse est x, est exprimée par la relation du paragraphe 23.

$$u = \frac{a}{2l}x + a\sum\left(\frac{1}{i}\sin\frac{i\pi(l+x)}{l}.e^{-\frac{k'\pi^2 i^2 t}{l^2}}\right).$$

Cette équation a été établie dans la supposition qu'il n'y a qu'une seule force électromotrice mise en jeu dans le circuit, que cette force est invariable et que le circuit est partout homogène. Ces conditions ne se trouvent jamais rigoureusement remplies, à moins qu'on ne prenne pour source d'électricité un réservoir alimenté par une machine à frottement, comme je l'ai fait dans mes récentes recherches. Quand on emploie une pile voltaïque, il y a toujours plusieurs forces électromotrices développées en divers points du circuit, et ce circuit se compose nécessairement de parties de diverses natures; mais quand la résistance de la pile n'est qu'une petite fraction de la résistance totale du circuit, on peut supposer sans erreur notable que la pile se concentre en un point, que sa résistance est tout à fait nulle et que la somme de ses forces électromotrices est représentée par la lettre a de l'équation précédente.

Lorsque l'état permanent est établi, cette équation se réduit à

$$u = \frac{a}{2l}x,$$

et tous les termes compris dans la somme Σ s'évanouissent. Or, appelons t_1 la valeur qui fait disparaître ces termes : quand la longueur du circuit est $2l_1$, il est bien clair que si cette longueur devient $2l_2$, on fera disparaître encore les termes compris sous le signe Σ, en donnant à t la valeur t_2 déterminée par la relation

$$\frac{t_1}{l_1^2} = \frac{t_2}{l_2^2}.$$

Si donc nous appelons *durée de propagation* le temps qui s'écoule depuis la fermeture du circuit jusqu'à l'instant où l'état permanent est établi ou, si l'on veut, jusqu'à l'instant où le courant a acquis toute son intensité, il résulte de ce qui vient d'être dit que la *durée de propagation* est proportionnelle au carré de la longueur du circuit.

Maintenant, si nous supposons que, la longueur du circuit restant constante, on fasse varier seulement sa conductibilité, il est aisé de voir que la *durée de propagation* sera réciproquement proportionnelle à la conductibilité; car si pour une valeur donnée k_1', il faut attribuer à t la valeur particulière t_1, pour faire disparaître les termes compris sous le signe Σ, il est évident que la valeur t_2, qui fera disparaître ces mêmes termes quand la conductibilité deviendra k'_2, sera donnée par la relation

$$k'_1 t_1 = k'_2 t_2.$$

Enfin l'on peut encore conclure de l'équation ci-dessus que la durée de propagation ne change pas, quand on fait varier à la fois la conductibilité et la longueur du circuit, de telle manière que le rapport $\frac{k'}{l^2}$ soit constant; en d'autres termes, la durée de propagation reste la même, quand la longueur varie dans le même rapport que la racine carrée de la conductibilité [1].

On ne peut pas assigner à l'électricité de vitesse déterminée. — Lorsqu'on admet les principes qui viennent d'être énoncés, et ils sont une conséquence nécessaire de la théorie d'Ohm, il faut renoncer à rechercher la *vitesse de l'électricité;* on ne voit même plus quel sens précis il faut attacher à ces mots. Tous les savants qui les ont employés ont admis implicitement que le mouvement de l'électricité, comme celui de la lumière, se propage en parcourant des espaces égaux en temps égaux; mais d'après la théorie d'Ohm, il n'en est pas du tout ainsi. Le mouvement de l'électricité doit être assimilé au mouvement de la chaleur qui se propage dans une barre; or, si l'on demandait avec quelle vitesse la chaleur se meut dans le cuivre, on ne saurait pas quel est le sens précis de la question; cette même question, posée par rapport au mouvement de l'électricité, n'a pas une signification plus nette.

On peut convenir, à la vérité, d'appeler *vitesse de l'électricité* le quotient de l'espace parcouru par la *durée de la propagation;* mais il est clair que la vitesse ainsi définie ne saurait avoir de valeur déterminée.

Supposons (uniquement pour fixer le langage) qu'il ait été constaté que la durée de propagation est de deux secondes pour un circuit de 2000 kilomètres de longueur, on devra dire, en partant de cette donnée, que la vitesse est de 1000 kilomètres par seconde.

Mais si, au lieu d'employer un fil de 2000 kilomètres, on eût opéré sur un fil de 2 kilomètres seulement, la durée de la propagation eût été, d'après la loi des carrés, un million de fois plus petite que dans le premier cas; elle eût donc été

[1] On peut tirer plusieurs autres conséquences de l'équation qui se trouve citée au commencement de la présente note; je reprendrai ce sujet lorsque j'exposerai, dans un autre travail, les résultats de mes recherches sur la propagation de l'électricité; ce que je viens de dire suffit pour faire comprendre la discussion qui va suivre.

de 0,000002 seconde, et l'on eût trouvé pour la valeur de la *vitesse de l'électricité* 1 000 000 kilomètres (plus de trois fois la vitesse de la lumière).

Si, au contraire, il était possible d'opérer sur un circuit de 2 000 000 000 kilomètres, la durée de propagation serait (toujours d'après la loi des carrés) 2 000 000 000 000 secondes, et par conséquent la vitesse serait d'un mètre seulement.

Il suffit, en définitive, de faire varier la longueur du conducteur, pour faire passer la vitesse par tous les états de grandeur possibles. Je crois, en conséquence, que l'on ferait bien de renoncer complétement à se servir de cette expression : *vitesse de l'électricité ;* si les vues d'Ohm sont exactes, les problèmes relatifs à la propagation de l'électricité ne doivent pas être formulés autrement que ceux qui se rapportent à la propagation de la chaleur, et, au lieu de demander d'une manière générale avec quelle vitesse l'électricité parcourt tel ou tel métal, l'on ne doit poser d'autre question que celle-ci : un circuit de dimensions déterminées et de conductibilité connue étant donné, les forces électromotrices du circuit étant également données, quel temps devra s'écouler pour qu'une tension donnée ou un flux donné se produise en un point déterminé du circuit, le temps étant compté à partir de l'instant où les forces électromotrices sont mises en jeu ?

Il serait extrêmement désirable que les nombreuses questions comprises dans cet énoncé pussent être résolues par l'expérience, d'abord parce que les résultats obtenus seraient très-sûrement utiles à la télégraphie, puis parce qu'ils permettraient aux physiciens de se prononcer définitivement sur l'exactitude de l'hypothèse posée par Ohm ; toutes les conséquences de cette hypothèse qui se rapportent à l'état permanent ont été complétement vérifiées, et si la théorie se trouve quelque part en défaut, ce ne peut être que dans ses applications à l'état variable. Malheureusement, comme je l'ai fait remarquer dans la préface, les nombreuses expériences qui ont été faites sur l'état variable, ou, pour parler le langage ordinaire, sur la vitesse de l'électricité, ne fournissent aucun résultat sur lequel on puisse s'appuyer, soit pour rejeter, soit pour admettre la théorie ; pour le faire voir, je vais discuter, en me plaçant au point de vue d'Ohm, quelques-unes de ces expériences.

Expérience de M. Pouillet. — L'une des plus anciennes est celle de M. Pouillet ; elle se trouve rapportée dans son *Traité de physique*, t. Ier, p. 847, cinquième édition. M. Pouillet a constaté par expérience que dans $\frac{1}{5000}$ de seconde, un courant électrique peut se propager intégralement à travers une colonne d'eau d'un mètre, et il conclut de là : « que dans le même temps, le courant parcourrait un fil de cuivre de même section que l'eau et de deux mille millions de mètres de longueur ou de deux millions de kilomètres ; qu'ainsi sa vitesse serait environ dix mille fois plus grande que celle de la lumière. »

Si le raisonnement qui précède et l'expérience qui lui sert de base étaient exacts, la vitesse de l'électricité serait non pas 10 000 fois, mais environ 30 000 fois plus grande que celle de la lumière, car la lumière ne parcourt en $\frac{1}{5000}$ de seconde que 64 kilomètres seulement. Encore j'admets ici, comme le fait M. Pouillet dans le passage cité, que la conductibilité du cuivre est seulement deux mille millions de fois plus grande que celle de l'eau, tandis que, d'après les expériences de M. Pouillet lui-même, le rapport de ces conductibilités est environ 6 400 000 000 : 1 (p. 738, t. Ier, cinquième édition). En partant de ce dernier nombre, on arriverait à conclure que la vitesse de l'électricité est à peu près 100 000 fois plus grande que celle de la lumière.

Voici maintenant les raisons sur lesquelles on peut s'appuyer pour rejeter cette conclusion. Je n'ai pas besoin de rappeler que ces raisons n'ont de valeur qu'autant qu'on prend pour guide la théorie d'Ohm ; elles ne devaient pas naturellement se présenter à l'esprit de M. Pouillet qui probablement ne connaissait pas cette théorie lorsqu'il a fait son expérience.

D'abord l'observation que M. Pouillet prend pour point de départ n'est rien moins que concluante, comme je le ferai voir tout à l'heure; en second lieu, quand il serait démontré qu'effectivement un courant peut parcourir intégralement en en $\frac{1}{5000}$ de seconde une colonne d'eau d'un mètre, il n'en résulterait pas du tout qu'il doive parcourir dans le même temps un fil de cuivre de deux millions de kilomètres; M. Pouillet admet comme un principe extrêmement probable que la vitesse de propagation est proportionnelle à la conductibilité, et il en conclut que deux conducteurs de même section et de conductibilités différentes mettent le même temps à propager l'électricité, quand leurs longueurs sont en raison inverse de leurs conductibilités; or, d'après l'équation que j'ai rappelée au commencement de cette note, les longueurs doivent être non pas en raison inverse des conductibilités elles-mêmes, mais en raison inverse des racines carrées de ces conductibilités; d'après cela, l'expérience dont nous nous occupons prouverait tout au plus que l'électricité parcourt en $\frac{1}{5000}$ de seconde, non pas deux mille millions de mètres de fil de cuivre, mais seulement la racine carrée de ce nombre, environ 44 kilomètres.

Je dis, en second lieu, qu'il n'est pas du tout démontré que dans $\frac{1}{5000}$ de seconde un courant puisse se transmettre intégralement à travers une colonne d'eau d'un mètre de longueur; d'après la théorie qui nous sert de guide, le mouvement de l'électricité est comparable à celui de la chaleur; or, si l'on se proposait de déterminer le temps nécessaire pour qu'une barre de cuivre placée entre un bain de glace et une source de chaleur soit traversée par des flux de chaleur constante, cela reviendrait à demander quel est le temps nécessaire pour que les diverses parties de la barre arrivent aux températures qu'elles doivent conserver dans l'état permanent, et si l'on voulait résoudre cette question par expérience, il faudrait avoir soin que tous les points de la barre fussent à zéro dans l'état initial. De même, quand on demande combien il faut de temps pour que l'électricité parcoure un conducteur donné, c'est à proprement parler demander combien il faut de temps pour obtenir la distribution de tensions qui doit exister quand le courant se propage d'une manière uniforme; il est nécessaire, par conséquent, de veiller à ce que le fil soit à l'état naturel quand on ferme le circuit; si d'avance il est complétement chargé, on trouvera toujours que le courant s'établit avec toute son énergie au moment même de la fermeture du circuit, quelle que puisse être la longueur des conducteurs employés; c'est ce qui arrive dans l'expérience de M. Pouillet.

Je rappelle en quelques mots le procédé dont ce savant a fait usage : il place dans le circuit sur lequel il opère une roue à interruptions qui présente alternativement des dents de bois et des dents de métal de même épaisseur; l'axe de cette roue est mis en rapport avec l'un des pôles de la pile; l'autre pôle est en communication avec l'une des extrémités d'une colonne d'eau; l'autre extrémité de cette colonne communique à son tour avec un fil de cuivre qui passe sur une boussole de sinus et se termine par une petite languette dont la pointe presse la tranche de la roue; en employant ces dispositions, M. Pouillet a trouvé que l'intensité du courant transmis pendant le mouvement de la roue dentée était toujours la moitié de l'intensité que l'on obtenait quand la roue était en repos et que la languette touchait une dent de métal; quelle que fût la vitesse de la roue, il a toujours obtenu ce résultat; il l'a obtenu notamment dans une expérience où la durée du passage d'une dent n'excédait pas $\frac{1}{5000}$ de seconde; il conclut de là que dans $\frac{1}{5000}$ de seconde, le courant se propage intégralement.

Cette conclusion ne me paraît pas rigoureuse, parce que, comme je l'indiquais tout à l'heure, les conducteurs ne se déchargent pas complétement quand le courant est intercepté. Supposons, pour fixer le langage, que le circuit soit complétement isolé; alors la colonne liquide se trouve chargée, quand le courant passe, en partie d'électricité positive, en partie d'électricité négative; lorsque le circuit se trouve rompu par l'interposition d'une dent de bois, ces deux électricités se recombinent, en partie du moins, et par conséquent la colonne liquide se retrouve dans un état plus ou moins voisin de l'état neutre quand le circuit se trouve de nouveau fermé; mais il n'y a qu'une seule électricité répartie sur la roue dentée et sur le fil qui la met en communication avec la pile; ces conducteurs ne peuvent donc pas se décharger quand le courant est interrompu; tout au contraire, cette partie de circuit prend alors une tension plus forte que celle qui lui appartient dans l'état permanent. Il n'est donc nullement étonnant que le courant se rétablisse instantanément avec toute son énergie (et même avec un surcroît d'énergie) quand la languette vient à rencontrer une dent de métal et que le circuit se trouve de nouveau fermé. On arriverait par la méthode de M. Pouillet à démontrer, non-seulement que la vitesse de l'électricité est dix mille ou cent mille fois plus grande que celle de la lumière, mais qu'elle est tout à fait infinie.

En résumé, l'expérience que je viens d'examiner présente un très-grand intérêt; elle peut servir à démontrer que l'intensité mesurée au moyen d'un réomètre est proportionnelle à la quantité d'électricité mise en circulation, mais je ne crois pas qu'elle puisse fournir aucune donnée relativement à la vitesse de propagation de l'électricité.

Expérience de M. Wheatstone. — Je vais m'occuper maintenant des expériences de M. Wheatstone et chercher quelle est la véritable signification des résultats qu'il a obtenus; on sait que la méthode de ce savant consiste à décharger une bouteille de Leyde, par l'intermédiaire d'un fil de 800 mètres qui présente trois interruptions, l'une au milieu du fil, les deux autres près de ses extrémités; au moyen de son ingénieux miroir tournant, M. Wheatstone a pu comparer les instants précis où les trois étincelles commencent à jaillir et il a trouvé que celle du milieu est en retard sur les deux autres de $\frac{1}{1\,152\,000}$ de seconde ; il interprète ce fait en disant que l'électricité parcourt 400 mètres de fil en $\frac{1}{1\,152\,000}$ de seconde, et comme il admet, ainsi que M. Pouillet, que la durée de la propagation est proportionnelle à l'espace parcouru, il conclut que dans une seconde entière l'électricité parcourrait 460 800 kilomètres. D'abord, en admettant que l'électricité se propage effectivement en $\frac{1}{1\,152\,000}$ de seconde d'un bout à l'autre d'un fil de 400 mètres, il résulte de la loi des carrés que l'espace parcouru en une seconde serait seulement de $400\sqrt[2]{1\,152\,000}$ mètres, ou 429 kilomètres ; mais voyons ce que signifie véritablement le fait constaté par M. Wheatstone ; l'étincelle du milieu commence à jaillir $\frac{1}{1\,152\,000}$ de seconde plus tard que les étincelles extrêmes : voilà le résultat de l'observation ; en peut-on conclure que chacun des fils de 400 mètres se charge complétement dans cet intervalle de $\frac{1}{1\,152\,000}$ de seconde. Non certainement, car il est hors de doute qu'au moment où les étincelles extrêmes commencent à jaillir, les fils conducteurs sont déjà chargés par influence, et que la tension des points qui se trouvent placés près de l'interruption du milieu est déjà voisine de celle qui doit amener l'explosion ; le retard de l'étincelle du milieu ne représente donc pas le temps nécessaire pour que le fil de 400 mètres passe de l'état naturel à l'état de tension qui amène l'explosion ; il représente le temps nécessaire pour que le fil chargé d'avance d'une certaine façon (que probablement il serait très-difficile de définir) reçoive le complément de charge qui permet à l'étincelle de jaillir ; l'expérience ainsi interprétée, on n'en peut conclure qu'une seule chose, c'est que la charge du conducteur ne s'effectue pas dans un temps inappréciable.

J'ajouterai que la bouteille de Leyde ne me paraît pas être d'un emploi commode pour vérifier les lois de la propagation de l'électricité ; en effet, c'est une source d'électricité dont la tension varie continuellement ; elle augmente pendant tout le temps que la bouteille se charge, elle va en diminuant pendant la durée de l'étincelle ; or, la formule que j'ai citée, et qui n'est pas elle-même très-simple, ne représente les lois de la propagation que dans le cas où la tension de la source est invariable ; quand cette tension varie suivant une loi donnée, la formule qui exprime les tensions ou les flux électriques correspondant aux divers points du circuit est beaucoup plus compliquée et il devient difficile de l'interpréter.

Je ferai remarquer, enfin, que dans l'expérience de M. Wheatstone, le circuit ne se compose pas seulement des deux fils de 400 mètres ; il comprend en outre les petites couches d'air que l'électricité franchit sous forme d'étincelles ; malgré le peu d'épaisseur de ces couches, on ne peut pas douter qu'elles ne modifient le mouvement électrique, et je crois que dans l'état actuel de la science, il serait impossible de tenir exactement compte de leur influence.

Pour toutes ces raisons, je crois que la méthode de M. Wheatstone ne peut servir à vérifier les lois qui résultent de la théorie d'Ohm.

Expériences de MM. Fizeau et Gounelle. — Je passe maintenant aux expériences de MM. Fizeau et Gounelle ; elles méritent une attention particulière, parce que les physiciens leur ont généralement attaché une grande importance et que les résultats obtenus confirment à certains égards la théorie d'Ohm. Ces expériences, consignées dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences* (1850, t. XXX) ont été décrites dans plusieurs ouvrages de physique, notamment dans le *Traité d'électricité* de M. Gavarret et dans le *Traité de télégraphie* de M. l'abbé Moigno.

La méthode de MM. Fizeau et Gounelle ne diffère pas en principe de celle que M. Fizeau avait antérieurement employée avec succès pour mesurer la vitesse de la lumière, et elle serait également très-propre à déterminer la vitesse de l'électricité, si le phénomène auquel on donne le nom de courant consistait dans la propagation d'un mouvement vibratoire analogue à celui qui constitue la lumière. Mais, quand on admet avec Ohm que le mouvement de l'électricité est assimilable au mouvement de la chaleur propagé dans les corps solides, il paraît impossible d'obtenir par la méthode dont il s'agit des résultats facilement interprétables.

MM. Fizeau et Gounelle ont successivement employé deux dispositions d'appareils un peu différentes; mais comme les observations que j'ai à présenter portent sur le principe même de la méthode, je ne considérerai que la première disposition, qui est moins commode dans la pratique, mais qui est plus facile à concevoir.

Représentons-nous un long fil télégraphique qui communique par l'une de ses extrémités avec le sol, et par l'autre extrémité avec l'un des pôles d'une pile, le deuxième pôle de la pile étant en rapport avec la terre; ce long fil présente deux solutions de continuité, l'une A, près de l'extrémité qui correspond au sol, l'autre B, près de l'extrémité qui correspond à la pile. Le circuit peut être périodiquement ouvert et fermé au moyen d'une roue dont la tranche présente des divisions alternativement formées de platine et de bois. Chacune des solutions de continuité, ménagées dans le fil, se trouvent constamment remplies par l'une de ces divisions, et l'on s'arrange de telle sorte que le circuit soit ouvert en A, quand il est ouvert en B; fermé en A, quand il est fermé en B. Les choses ainsi disposées, si l'on fait tourner la roue avec des vitesses de rotation différentes, le courant devra toujours, pour une vitesse convenable, être complétement intercepté, si l'on admet que le mouvement électrique soit de même nature que le mouvement de l'éther qui constitue la lumière. En effet, s'il faut un temps t pour que la roue s'avance de la largeur d'une division, et que l'onde électrique introduite pendant le passage d'une dent métallique mette précisément le temps t pour parcourir toute la longueur du fil, il est clair que quand cette onde arrivera à l'interrupteur d'aval, elle rencontrera en A une dent de bois et s'arrêtera devant cet obstacle; le mouvement sera anéanti et ne pourra plus continuer à se propager, quand une dent de métal viendra de nouveau fermer le circuit; le galvanomètre placé entre l'interrupteur A et le sol n'accusera donc aucun courant, quand la vitesse de rotation de la roue satisfera à la condition que je viens d'indiquer; c'était là sûrement le résultat que MM. Fizeau et Gounelle espéraient obtenir; mais ils ont trouvé, au contraire, que le courant ne disparaît pour aucune vitesse de la roue. Ils ont expliqué ce fait en disant qu'au moment où le circuit se trouve interrompu en A, par le passage d'une division de bois, les fils restent chargés d'une certaine quantité d'électricité, qui s'écoule ensuite quand une division de métal vient de nouveau fermer le circuit. Pour obvier à cette condensation, dans laquelle ils voient une cause perturbatrice, MM. Fizeau et Gounelle ont établi une communication permanente entre le sol et un point O du fil placé près de la solution de continuité A et en amont de ce point; nous dirons tout à l'heure quel a été l'effet de cette disposition; mais auparavant voyons quel est le résultat que l'on devait attendre en prenant la théorie d'Ohm pour guide.

Le circuit étant ouvert et le fil à l'état naturel, supposons que l'on mette la roue en mouvement et qu'une première division de platine venant à remplir la solution de continuité B ferme le circuit; alors l'électricité fournie par le pôle de la pile se répand sur le fil, et celui-ci se charge graduellement de telle manière que les tensions vont en diminuant de B vers A; maintenant si nous admettons qu'au moment où la tension est devenue sensible en A, le circuit se trouve interrompu par suite du mouvement de la roue, la tension qui existait en B diminue, puisque la pile ne fournit plus d'électricité pour remplacer celle qui s'écoule de B vers A; mais en A et près de A la tension augmente, puisque cette partie de fil continue à recevoir de l'électricité du côté de B et qu'elle n'en envoie plus du côté opposé ; en définitive, toute l'électricité qui se trouvait distribuée sur le fil, au moment de la rupture du circuit, reste sur ce fil; seulement, si l'on représente graphiquement les tensions (de la manière qu'Ohm a indiquée dans l'introduction de son mémoire), la ligne des tensions, qui était d'abord une courbe plus ou moins inclinée par rapport à l'axe des abscisses, devient ou tend à devenir une ligne droite parallèle à cet axe; lors donc que le circuit est de nouveau fermé, le courant doit passer sur-le-champ en A et même son intensité doit être plus grande dans le premier instant qu'avant l'interruption. La condensation d'électricité que MM. Fizeau et Gounelle ont été forcés d'admettre était donc parfaitement indiquée à l'avance par la théorie d'Ohm. Suivant cette théorie, les tensions qui s'établissent sur toute la longueur du fil sont liées intimement au phénomène du courant, de la même manière que la distribution des températures, dans une barre échauffée, se lie au flux de chaleur ; il ne faut pas en conséquence voir dans la charge du fil une cause perturbatrice que l'on puisse écarter.

D'après cela, on comprend aisément pourquoi MM. Fizeau et Gounelle n'ont pas réussi à faire complétement disparaître le courant, en établissant entre le sol et un point O placé en amont de l'interruption A, la communication permanente dont j'ai parlé plus haut; lorsque cette communication existe, l'intensité du courant qui agit sur le galvanomètre prend des valeurs différentes, suivant la vitesse de la roue d'interruption, mais elle n'est jamais nulle pour aucune vitesse : on conçoit qu'il doit en être ainsi. Quand le fil est maintenu en communication avec le sol, la tension des points voisins de A augmente beaucoup moins pendant le passage des divisions en bois, que dans le cas où cette communication permanente est supprimée ; mais si le fil est long et les interruptions de courte durée, la tension n'est jamais nulle en O, parce que le fil n'a pas le temps de se décharger pendant le temps que le circuit reste ouvert en amont ; la tension du point O oscille entre un maximum et un minimum, et quand ce point est mis en communication par l'intermédiaire d'une dent de métal avec l'embranchement du galvanomètre, il doit toujours s'établir instantanément un courant dérivé plus ou moins énergique. Le galvanomètre ne doit donc jamais se tenir à zéro, quelle que soit la vitesse de la roue d'interruption : c'est ce qui arrive en effet. Pour expliquer ce fait, quand on assimile l'électricité à la lumière, on est obligé de doter l'onde électrique d'une nouvelle propriété : c'est ce qu'ont fait MM. Fizeau et Gounelle; ils expliquent la persistance du courant par la *diffusion* dont ils se forment l'idée que voici : « Lorsqu'on produit, disent-ils, un courant discontinu, on peut concevoir dans le conducteur une série d'espaces occupés par les courants partiels et séparés par d'autres espaces dans lesquels il n'y a pas de courants ; or, pendant la propagation, les premiers espaces s'agrandissent aux dépens des seconds et d'autant plus que la distance est plus grande, c'est-à-dire que les courants partiels éprouvent en se propageant une *diffusion*, en vertu de laquelle ils tendent à se confondre entre eux et à donner lieu à un courant unique et continu. » MM. Fizeau et Gounelle ne se prononcent nulle part sur la nature intime du mouvement qui constitue à leurs yeux le courant ; mais d'après l'ensemble de leur mémoire, il n'est pas douteux qu'ils ont assimilé ce mouvement à celui qui constitue la lumière ; le passage que je viens de citer n'a de sens que dans cette hypothèse ; quand on adopte la théorie d'Ohm, il n'est pas besoin de recourir à cette propriété nouvelle de la *diffusion*, pour comprendre que le courant ne doit jamais disparaître, quelle que soit la vitesse de la roue d'interruption.

Maintenant, voyons ce que signifient les maxima et minima d'intensité observés par MM. Fizeau et Gounelle ; comme nous l'avons dit tout à l'heure, la tension du point de bifurcation O oscille continuellement entre deux limites ; si ce point restait en communication permanente avec le fil du galvanomètre, l'intensité du courant dérivé qui passe dans ce fil oscillerait continuellement aussi entre deux limites; mais, comme le galvanomètre n'accuse que l'intensité moyenne, l'aiguille s'arrêterait dans une position déterminée qui, d'après les expériences de M. Pouillet, ne changerait pas quand on ferait varier la vitesse de la roue d'interruption. Maintenant, d'après les dispositions de l'expérience, le fil du galvanomètre ne communique avec le point O que par intermittences, et le courant obtenu varie naturellement d'intensité, suivant que la communication est établie pendant la période des plus grandes ou des plus petites tensions : ainsi quand, pour une certaine vitesse, le galvanomètre donne une déviation minimum, cela veut dire que la tension du point O atteint sa valeur minimum, au moment où le circuit est fermé en A et par conséquent aussi en B ; quand, au contraire, le galvanomètre donne une déviation maximum, cela veut dire que la tension du point O atteint sa valeur maximum, au moment où le circuit est fermé en A et en B ; il me paraît difficile de tirer de ce genre d'observation aucune conséquence contraire ou favorable à la théorie ; pour conclure quelque chose, il faudrait d'abord déterminer par le calcul la tension qui correspond, au bout d'un temps donné, à un point déterminé du fil, dans le cas d'une source discontinue, et c'est un problème qui comporte des difficultés d'analyse assez grandes. Je ne sais pas, d'ailleurs, si la formule que l'on obtiendrait pourrait être contrôlée au moyen des résultats obtenus.

Quoi qu'il en soit et dans l'état actuel de la question, je crois qu'on ne doit pas regarder comme démontrées les diverses propositions que MM. Fizeau et Gounelle ont cru pouvoir formuler, et notamment celle-ci : *Les vitesses de propagation ne sont pas proportionnelles aux conductibilités électriques*. Si cette dernière proposition était rigoureusement établie, ce serait un résultat assez important, car la théorie d'Ohm se trouverait en défaut ; d'après l'équation que j'ai citée en tête de cette note, la *durée de propagation* doit être inversement proportionnelle à la conductibilité [1].

[1] Lorsque j'ai écrit les observations qui précèdent, je ne connaissais

Expériences de MM. Mitchell et Walker. — Je m'abstiendrai d'examiner les expériences que MM. Mitchell et Walker ont exécutées en Amérique, en 1848 et 1849, parce que je n'ai pu me procurer les mémoires originaux où elles se trouvent décrites. Je ne connais ces expériences que par une note de M. Fizeau insérée dans le *Traité de télégraphie* de M. l'abbé Moigno. D'après cette note il me paraît certain que les savants américains ont dirigé leurs recherches d'après des vues théoriques qui sont inadmissibles ; mais je crois pourtant que la méthode de M. Mitchell pourrait être appliquée avec succès à la détermination des lois de l'état variable.

Expériences de M. Faraday. — Les expériences que M. Faraday a exécutées sur la ligne télégraphique souterraine de Londres à Manchester présentent un très-grand intérêt et confirment dans leur ensemble les vues théoriques d'Ohm. Mais, comme l'illustre physicien à qui ces expériences sont dues n'a pas essayé de mesurer le temps avec précision, les résultats obtenus ne peuvent servir ni à vérifier, ni à infirmer la loi du carré des longueurs. Je rappelle la disposition générale des appareils : une pile communique par l'un de ses pôles avec la terre, par l'autre avec un fil télégraphique de 1200 kilomètres ; entre ce fil et la pile est interposé un premier galvanomètre ; le fil de 1200 kilomètres, dont je viens de parler, communique avec un autre fil de même longueur par l'intermédiaire d'un second galvanomètre ; enfin, le second fil communique à son tour avec le sol par l'intermédiaire d'un troisième galvanomètre ; les fils étant repliés sur eux-mêmes, les trois galvanomètres se trouvent dans un même local. Main-

pas le travail que M. Gounelle a publié dans les *Annales télégraphiques* (1858, novembre-décembre), sous le titre : *Résumé des travaux faits pour déterminer la vitessse de propagation de l'électricité*. Il résulte des réflexions placées à la fin de ce résumé que l'auteur ne croit plus aujourd'hui *qu'il y ait une vitesse réelle dans la propagation du courant* (p. 267); ses vues actuelles ne me paraissent pas essentiellement différer de celles que je viens de développer.

tenant, voici le résultat observé : quand le circuit préalablement ouvert vient à être fermé entre la pile et le premier galvanomètre, l'aiguille de ce galvanomètre est immédiatement déviée ; celle du second n'est influencée qu'au bout d'un intervalle *sensible*. Il s'écoule *environ deux secondes* avant que celle du troisième commence à se déplacer.

Dans d'autres expériences où les galvanomètres ont été remplacés par des appareils de Bain, M. Faraday a constaté que si le circuit est successivement ouvert et fermé et que les interruptions se succèdent rapidement, le premier appareil seul marche régulièrement, les deux autres ne tracent plus qu'une ligne continue et d'épaisseur uniforme. Le courant, discontinu dans le premier appareil, présente dans les deux autres une intensité sensiblement constante. Ce fait, dont on a rendu compte en faisant intervenir la propriété spéciale à laquelle on a donné le nom de *diffusion,* s'explique tout naturellement d'après la théorie d'Ohm.

La première des observations de M. Faraday que j'ai citées peut donner lieu à une remarque qui ne me paraît pas avoir été faite et qui offre un certain intérêt. On a beaucoup discuté, comme on le sait, sur le rôle que joue la terre lorsqu'on la fait intervenir dans un circuit galvanique ; d'après la théorie d'Ohm, ce rôle n'est pas douteux ; la terre est un immense réservoir qui absorbe complétement l'électricité des conducteurs qui le touchent et réduit à zéro la tension des points touchés. Il n'y a pas, à proprement parler, de courant transmis à travers le sol, à moins que les deux points d'immersion ne soient extrêmement rapprochés. Cette manière de voir est assez généralement admise ; cependant quelques physiciens persistent à penser que la terre agit absolument comme le ferait un conducteur linéaire de même résistance. Or, l'expérience de M. Faraday me paraît tout à fait contraire à cette dernière opinion ; en effet, si le troisième galvanomètre était, dans cette expérience, séparé de l'un des pôles de la pile par une longueur de 2400 kilomètres de fil, il communiquait avec l'autre pôle par l'intermédiaire d'une couche de terre qui avait quelques mètres d'épaisseur seulement. Si cette couche de terre, dont la résistance était insignifiante, eût agi à la façon d'un conducteur ordinaire, le troisième galvanomètre eût été influencé en même temps que le premier, le second seul eût été en retard. Si donc l'on veut continuer à voir dans la terre un conducteur, il faut dire que ce conducteur possède une résistance sensiblement nulle dans l'état permanent des tensions, et une résistance presque infinie dans l'état variable.

J'ajouterai qu'il est impossible d'admettre que tous les courants mis en jeu pour le service des lignes télégraphiques se propagent à travers le sol, sans admettre en même temps, comme le font quelques physiciens, que deux courants de directions opposées peuvent coexister dans le même conducteur, et je ferai remarquer que cette superposition de deux courants opposés est absolument incompatible avec la théorie d'Ohm ; en effet, d'après cette théorie, si un courant ou un flux d'électricité se propage de la molécule A à la molécule B, la tension de la molécule A est nécessairement plus grande que celle de la molécule B ; par conséquent, pour que deux courants opposés pussent s'établir entre les deux molécules, il faudrait que la tension de A fût tout à la fois plus grande et plus petite que celle de B, ce qui est évidemment impossible.

Expériences de l'auteur des notes. — En terminant cette note, je dirai quelques mots des expériences que j'ai récemment faites moi-même sur la propagation de l'électricité dans les mauvais conducteurs (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 8 et 29 novembre 1858, 11 avril 1859). Ces expériences n'avaient pas été entreprises dans le but de vérifier la théorie d'Ohm que je ne connaissais pas, mais elles sont parfaitement d'accord avec elle et peuvent servir notamment à établir la loi des carrés. Je me suis placé, il est vrai, dans des conditions toutes particulières : j'ai pris pour source d'électricité un réservoir chargé au moyen d'un appareil à frottement et pour conducteurs des corps presque isolants, tels que des fils de coton ou des colonnes d'huile; mais, comme je l'ai fait remarquer dans la note A, la théorie d'Ohm, malgré le titre qu'elle porte, est applicable non-seulement aux courants développés dans les circuits galvaniques, mais à toute espèce de mouvement électrique. Les résultats que j'ai obtenus doivent donc être regardés comme une vérification de cette théorie. Je dirai même que les circuits sur lesquels j'ai opéré permettent, mieux que les circuits galvaniques eux-mêmes, de contrôler l'hypothèse fondamentale d'Ohm; en effet, les formules qui se rapportent aux circuits galvaniques (dans le cas où l'action de l'air ambiant est négligeable) s'appuient sur deux principes, sur l'hypothèse dont je viens de parler et sur la loi de Volta, § 10. Si donc ces formules se trouvaient en défaut, on ne saurait pas immédiatement auquel des deux principes il faudrait imputer le désaccord constaté entre l'observation et la théorie. En opérant au contraire dans les conditions où je me suis placé, on a l'avantage de laisser de côté la loi de Volta et par conséquent les résultats obtenus peuvent sans aucune incertitude servir de contrôle à l'hypothèse d'Ohm.

Il est très-peu probable que l'électricité ait deux manières différentes de se propager; j'ai constaté que toutes les lois qui ont été établies pour les courants proprement dits dans l'état permanent des tensions peuvent s'appliquer au mouvement électrique particulier que j'ai étudié, et il est au moins vraisemblable que, réciproquement, les lois qui ont été constatées dans l'état variable pour cette dernière espèce de mouvement, appartiennent également aux courants proprement dits. Mais quand il en serait autrement, quand il serait prouvé que l'électricité a plusieurs modes de propagation distincts, il serait déjà très-intéressant de pouvoir démontrer que l'un de ces modes de propagation est tel que la théorie d'Ohm l'indiquait à l'avance.

Inconvénients que présente l'emploi des lignes télégraphiques.—Il n'en est pas moins désirable que l'on parvienne à déterminer les lois de l'état variable en opérant sur des circuits métalliques et sur le courant de la pile ; malheureusement cette détermination présente de grandes difficultés : comme on ne peut guère songer à établir des circuits spéciaux, en vue des expériences qu'il s'agirait de réaliser, on est réduit à se servir des lignes destinées aux communications télégraphiques, et l'emploi de ces lignes offre plusieurs inconvénients. D'abord les lignes télégraphiques ne sont d'ordinaire que très-incomplétement isolées, et les innombrables courants dérivés qui s'établissent le long des poteaux doivent nécessairement modifier les résultats obtenus. En second lieu, les divers fils qui sont disposés parallèlement sur la plupart des lignes, ne sont pas assez éloignés les uns des autres pour ne pas s'influencer mutuellement, et dans beaucoup de cas, il doit se produire entre eux des phénomènes d'induction qui constituent une nouvelle cause de perturbation ; enfin j'ajouterai que les expériences qu'il faudrait faire pour résoudre complétement le problème de la propagation, dans l'état variable, sont des expériences de longue haleine qui exigeraient beaucoup de temps et de calme, et qu'il me paraît difficile de les exécuter convenablement avec des appareils dont on ne peut disposer que de temps en temps et pour ainsi dire à la dérobée.

Note C. — Sur les courants dérivés.

Ohm, dans sa théorie des courants dérivés, suppose que les forces électromotrices mises en jeu se trouvent toutes appliquées à la partie du circuit qui n'est pas divisée; mais les raisonnements qu'il a établis peuvent être aisément étendus au cas plus général où les forces électromotrices se trouvent indifféremment réparties sur tous les embranchements. Pour fixer le langage, considérons un circuit formé de trois parties AEB, ACB, ADB, qui viennent se réunir aux points A et B. Lorsque l'état permanent est établi, la différence α des tensions qui correspondent aux points A et B est liée aux intensités des courants qui circulent dans chacune des branches du circuit, de telle manière que si la différence α ne change pas, les intensités des courants ne peuvent pas changer non plus. Si donc nous supposons que par un moyen quelconque on parvienne à maintenir constante la différence α, on pourra concevoir que les parties de circuit ACB, ADB soient enlevées sans que l'intensité du courant appartenant à la branche AEB soit modifiée. On pourra donc calculer cette intensité au moyen de la formule relative aux circuits simples; elle sera représentée par $\frac{a+\alpha}{l}$, en désignant par a la somme des forces électromotrices qui appartiennent à l'embranchement AEB, et par l la somme des longueurs réduites du même embranchement. Les intensités correspondant aux embranchements ACB, ADB seront exprimées de la même manière par $\frac{a'+\alpha}{l'}$ et par $\frac{a''+\alpha}{l''}$, en désignant par a' et a'' les sommes des forces électro-

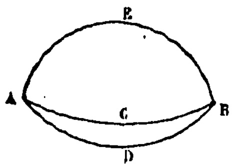

Fig. 6.

motrices qui appartiennent respectivement aux parties de circuit ACB et ADB, et par l' l'' les sommes des longueurs réduites de ces mêmes parties.

Mais quand l'état permanent est établi, il est évident que l'intensité du courant qui circule dans l'une des branches du circuit est égale à la somme algébrique des intensités des courants qui circulent dans toutes les autres branches ; on a donc l'équation

$$\frac{a+\alpha}{l}=\frac{a'+\alpha}{l'}+\frac{a''+\alpha}{l''},$$

qui peut servir à déterminer la valeur de α. Quand on connaît α, les valeurs des intensités des courants qui appartiennent à chacune des parties du circuit sont données par les expressions $\frac{a+\alpha}{l}$, $\frac{a'-\alpha}{l'}$, $\frac{a''+\alpha}{l''}$.

Il serait aisé d'étendre à un nombre quelconque d'embranchements ce qui vient d'être dit d'un circuit formé de trois parties.

TABLE DES MATIÈRES

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

ERRATA.

Page 48, ligne 22, *au lieu de :* non conducteur, *lisez :* bon conducteur.
Page 81, ligne 29, *au lieu de :* été, *lisez :* être.
Page 89, ligne 15, *au lieu de :* $\frac{d^2u}{dx_2}$, *lisez :* $\frac{d^2u}{dx^2}$.

SECOND ERRATA.

Page 90, ligne 9, *au lieu de :* $\frac{bc}{\omega}u'$, *lisez :* $\frac{bc}{\omega}u$.

Page 124, ligne 2, *au lieu de :* $\sin\frac{i\pi(i+x)}{l}$, *lisez :* $\sin\frac{i\pi(l+x)}{l}$.

Page 124, ligne 5, *au lieu de :*

$$+a\sum\left(\frac{1}{i}\sin\ldots\right),\ \textit{lisez :}\ +a\sum\left(\frac{1}{i\pi}\sin\ldots\right)$$

Page 177, ligne 11, *au lieu de :*

$$+a\sum\left(\frac{1}{i}\sin\ldots\right),\ \textit{lisez :}\ +a\sum\left(\frac{1}{i\pi}\sin\ldots\right)$$

Page 198, ligne 13, *au lieu de :* $\frac{a'-\alpha}{l'}$, *lisez :* $\frac{a'+\alpha}{l'}$.